Раздел II

Теория обмена двух товаров друг на друга

Урок 5

О рынке и конкуренции. Проблема обмена двух товаров друг на друга

Содержание: 40. *Общественное богатство*, совокупность вещей, имеющих стоимость и способных к обмену. 41. *Меновая стоимость*, свойство, которым обладают вещи быть приобретенными и уступленными друг на друга в известной количественной пропорции. *Рынок*, место, где происходят операции обмена. Анализ механизмов конкуренции. 42, 43. Рынок биржи. *Действительные спрос и предложение*. Равенство предложения и спроса, *стационарная текущая цена*. Превышение спроса над предложением, *повышение* (цены). Превышение предложения над спросом, *понижение* (цены). 44. Товары (A) и (B). Уравнение $mv_a = nv_b$. Цены p_a и p_b. 45. Действительные спрос и предложение D_a, O_a, D_b, O_b. Теорема $O_b = D_a p_a$, $O_a = D_b p_b$. Спрос, главный факт; предложение, факт дополнительный. 46. Теорема $D_a / O_a = O_b / D_b$. 47. Гипотеза о равенстве предложения и спроса, или о равновесии. 48. Гипотеза о неравенстве предложения и спроса. Повышение или понижение цены приводит к сокращению или увеличению спроса. А что с предложением?

40. В наших общих предварительных замечаниях (§ 21) мы определили общественное богатство как совокупность материальных и нематериальных вещей, являющихся редкими, т.е. одновременно полезными и количественно ограниченными, и показали, что все редкие вещи и только они имеют стоимость и могут обмениваться. Здесь мы поступим по-иному. Мы определим *общественное богатство* как совокупность материальных и нематериальных вещей, которые имеют стоимость и могут обмениваться, и покажем, что все имеющие стоимость и способные к обмену вещи, и только они, являются одновременно полезными и количественно ограниченными. В первом случае мы шли от причины к следствию, во втором мы пойдем от следствия к причине. Ясно, что, если мы установили связь двух фактов — редкости и меновой стоимости, — мы свободны поступать по своему усмотрению. Итак, я думаю, что при методически верном исследовании общего факта, такого как факт меновой стоимости, анализ его природы должен предшествовать исследованию его происхождения.

41. *Меновая стоимость* — это свойство определенных вещей, состоящее в том, что они не могут быть получены или уступлены бесплатно, а могут быть *куплены* и *проданы*, получены и отданы в известной количественной пропорции в обмен на другие вещи. Покупатель одной вещи является продавцом той, что он дает в обмен. Продавец одной вещи является покупателем той, что он получает в обмен. Иными словами, всякий обмен двух вещей одна на другую состоит из двойной продажи и двойной покупки.

Имеющие стоимость и обмениваемые вещи называются также *товарами*. *Рынок* — это место, где обмениваются товары. Феномен меновой стоимости возникает, таким образом, на рынке, и именно на рынок следует идти, чтобы изучать меновую стоимость.

Меновая стоимость, предоставленная самой себе, возникает естественным образом на рынке под воздействием *конкуренции*. В качестве покупателей обменивающиеся лица предъявляют спрос, *постепенно набавляя цену*, в качестве продавцов они предлагают, *постепенно сбавляя цену*, и их состязание приводит таким образом к тому, что определенная меновая стоимость товаров то повышается, то понижается, то остается стационарной. Если конкуренция функционирует более или менее хорошо, то меновая стоимость устанавливается более или менее строгим образом. Лучше всего организованными в плане конкуренции рынками являются те, где продажи и покупки происходят с аукциона через посредство таких агентов, как биржевые маклеры, брокеры, «крикуны», которые централизуют их (продажи и покупки) таким образом, что ни один обмен не происходит без того, чтобы условия сделок не были объявлены и известны, чтобы продавцы не имели возможности постепенно сбавлять цену, а покупатели — набавлять цену. Таким образом функционируют фондовые, товарные биржи, хлебные, рыбные и пр. рынки. Наряду с этими есть и другие рынки, где конкуренция хотя и не так хорошо отрегулирована, функционирует все же достаточно удовлетворительно и приемлемо: это плодоовощные, птичьи рынки. Городские улицы с магазинами и лавками пекарей, мясников, бакалейщиков, портных, сапожников — это рынки с несколько менее удовлетворительной организацией в отношении конкуренции, но где она все же вполне достаточно проявляет себя. Конкуренция главенствует, бесспорно, и в установлении стоимости консультаций врачей и адвокатов, выступлений музыкантов и певцов и т. д. Наконец, мир может рассматриваться как обширный общий рынок, состоящий из различных специальных рынков, где продается и покупается общественное богатство, и нам нужно выявить законы, по которым эти продажи и покупки стремятся протекать сами по себе. Для этого мы предположим, как всегда, идеально организованный в плане конкуренции рынок, как в чистой механике принимается вначале допущение о машинах без трения.

42. Итак, посмотрим, как действует конкуренция на хорошо организованном рынке, а для этого пойдем на фондовую биржу крупного рынка капиталов, такого, как Париж или Лондон. То, что продается и покупается в этих местах, так это части определенных весьма важных видов общественного богатства, представленных титулами собственности: пакеты долговых обязательств государств и коммун; пакеты акций железных дорог, каналов, металлургических заводов и т. д. Вначале, когда входишь туда, слышишь лишь неясный гул, замечаешь лишь беспоря-

дочное движение; но как только входишь в курс дела, то превосходно понимаешь этот шум и эту активность.

Возьмем, например, выделив их из всех других, операции с 3%-ной французской рентой на Парижской бирже.

3%-ная рента, как говорят, находится на уровне 60 фр. Маклеры, имеющие приказ продавать по 60 фр. *или меньше*, предлагают некоторое количество 3%-ной ренты, т.е. некоторое число титулов по 3 фр. ренты на французское государство по цене 60 фр. Сделанное таким образом предложение определенного количества товара по определенной цене мы будем называть *действительным предложением* *. С другой стороны, маклеры, имеющие приказ покупать по 60 фр. *или более*, предъявляют спрос на некоторое количество 3%-ной ренты по цене 60 фр. Этот спрос на определенное количество товара по определенной цене мы будем называть *действительным спросом*.

Теперь мы можем высказать три гипотезы для случаев, когда спрос *равен* предложению, *больше* его или *меньше*.

Гипотеза 1. Количество титулов, на которое предъявляется спрос по цене 60 фр., равно количеству, предлагаемому по той же цене. Каждый продающий или покупающий агент (маклер) находит в точности то, что называется *эквивалентом,* у другого покупающего или продающего агента. Происходит обмен. Курс в 60 фр. сохраняется; имеет место *стационарное состояние,* или *равновесие* рынка.

Гипотеза 2. Покупающие маклеры более не находят для себя эквивалента (контрагента), что доказывает, что количество 3%-ных бумаг, на которое предъявляется спрос по цене 60 фр., превышает количество, предлагаемое по той же цене. Теоретически обмен должен быть приостановлен. Маклеры, имеющие приказ покупать по 60,05 фр. или более, предъявляют спрос по этой цене. Они делают набавку.

Эта набавка дает двойной результат: 1) покупатели по 60 фр., не готовые покупать по 60,05 фр., уходят; 2) приходят продавцы по 60,05 фр., не продававшие по цене 60 фр. И те и другие дают свои распоряжения, если они не отдали их уже раньше. Таким образом, посредством двойного побудительного мотива происходит сокращение имеющегося разрыва между действительным спросом и действительным предложением. Если равенство восстанавливается, *повышение цены* на этом прекращается; в противном случае происходят набавки с 60,05 фр. до 60,10 фр., с 60,10 фр. до 60,15 фр., пока не восстановится равенство между предложением и спросом. Тогда имеет место новое стационарное состояние при более высоком курсе.

Гипотеза 3. Маклеры-продавцы не находят более своего контрагента, что доказывает, что количество 3%-ных бумаг, предлагаемое по

* действительная величина предложения в англоязычной традиции *(прим. перев)*.

цене 60 фр., превышает количество, на которое предъявляется спрос по той же цене. Приостановка обмена. Маклеры, имеющие приказ продавать по 59,95 фр. *или менее*, предлагают эту цену. Они сбавляют цену.

Двойной результат: 1) уход продавцов по цене 60 фр., не продающих уже по 59,95 фр.; 2) приход покупателей по 59,95 фр., не являвшихся покупателями по 60 фр. Сокращение разрыва между предложением и спросом. *Понижение цены*, если необходимо, с 59,95 до 59,90 фр., с 59,90 до 59,85 фр. вплоть до восстановления равенства. В этот момент — новое равновесие при более низком курсе.

Предположите, что такая же операция, что и с французской 3%-ной рентой, происходит в то же самое время со всеми видами государственной ренты (английской, итальянской, испанской, турецкой, египетской), с акциями и облигациями железных дорог, портов, каналов, газовых и других заводов, банков и кредитных институтов с заранее условленными изменениями курсов в размере 0,05 фр., 0,25 фр., 1,25 фр., 5 фр., 25 фр. в зависимости от величины стоимости ценных бумаг; что наряду с операциями купли-продажи *за наличные* имеют место операции купли-продажи *с отсрочкой* платежа, одни из которых *твердо обусловлены*, а другие содержат *премии*, и тогда биржевой гвалт становится настоящим концертом, где каждый ведет свою партию.

43. Мы изучим меновую стоимость, возникающую в условиях конкуренции. Обычно экономисты допускают ошибку, рассматривая ее почти исключительно в том виде, как она формируется в чрезвычайных обстоятельствах. Они нам всегда говорят лишь о бриллиантах, картинах Рафаэля, выступлениях модных теноров и певиц. Г-н де Квинси, упоминаемый Джоном Стюартом Миллем, говорит о двух индивидах, плывущих на пароходе по озеру Верхнее. У одного есть музыкальная шкатулка; другой, «направляющийся в необитаемый район, расположенный в 800 милях от цивилизации», вдруг замечает, что при отъезде из Лондона он забыл купить один из тех инструментов, которые обладают «волшебным свойством успокаивать волнения его души», и он покупает у первого за 60 гиней музыкальную шкатулку при последнем ударе гонга. Конечно, теория должна отражать все эти особые случаи; общие законы рынка должны распространяться на рынок бриллиантов, картин Рафаэля, теноров и певиц. Они должны распространяться даже на рынок, который, как у г-на де Квинси, состоит из одного продавца, одного покупателя и из одного предмета торговли, причем на сделку дана всего одна минута. Но, по нормальной логике, надо идти от общего случая к частному, а не от частного к общему, по примеру физика, который для наблюдения за небом выбрал бы погоду с затянутым тучами небом вместо того, чтобы воспользоваться безоблачной ночью.

44. Чтобы дать первое представление о феномене обмена и механизме конкуренции, я взял в качестве примера куплю-продажу титулов, про-

исходящую на фондовой бирже за золото и серебро. Но эти титулы — товар совершенно особого рода, а участие денег в обмене также является особым фактом (исследованием которого мы займемся позже), и его не следует с самого начала смешивать с общим фактом меновой стоимости. Вернемся, следовательно, немного назад и, чтобы придать нашим наблюдениям научный характер, возьмем два некоторых товара, которыми будут, допустим, овес и пшеница или которые мы обозначим более абстрактно как (A) и (B). Я ставлю буквы A и B в скобки, чтобы не терять из виду, что они представляют собой не *количества*, единственную категорию, которую можно использовать в уравнениях, а виды, разновидности или, как сказали бы в философских терминах, *сущности*.

Итак, представим себе рынок, на который приходят, с одной стороны, люди, имеющие товар (A) и желающие отдать часть его, чтобы получить товар (B), а, с другой, люди, имеющие товар (B) и желающие отдать часть его, чтобы получить товар (A). Поскольку для торга нужна исходная база, предположим, что какой-то агент предлагает отдать n единиц (B) за m единиц (A), исходя, например, из курса при закрытии предшествующих торгов и в соответствии с уравнением обмена

$$mv_{\mathrm{a}} = nv_{\mathrm{b}}$$

где v_{a} — меновая стоимость единицы (A), а v_{b} — меновая стоимость единицы (B) (§ 29).

Называя, как принято, отношения меновых стоимостей или относительные меновые стоимости *ценами*, обозначая, как принято, с помощью p_{b}, p_{a} цены (B) в единицах (A) и цены (A) в единицах (B), особо обозначая с помощью μ и $1/\mu$ частные отношений m/n и n/m, из первого уравнения выводим

$$\frac{v_{\mathrm{b}}}{v_{\mathrm{a}}} = p_{\mathrm{b}} = \frac{m}{n} = \mu,$$

$$\frac{v_{\mathrm{a}}}{v_{\mathrm{b}}} = p_{\mathrm{a}} = \frac{n}{m} = \frac{1}{\mu};$$

а из последних двух уравнений, кроме того, выводим

$$p_{\mathrm{b}} = \frac{1}{p_{\mathrm{a}}}, \quad p_{\mathrm{a}} = \frac{1}{p_{\mathrm{b}}}.$$

Таким образом: *цены, или отношения меновых стоимостей, равны обратным отношениям обмениваемых количеств товара.*

Они обратно пропорциональны друг другу.

Если бы (A) был овсом, а (B) — пшеницей, и если бы маклер предложил обменять 5 гектолитров пшеницы на 10 гектолитров овса, то предложенная цена пшеницы, выраженная в овсе, была бы 2, а цена овса, выраженная в пшенице, была бы 1/2. Точно так же, как в акте обмена, о чем мы уже говорили, есть всегда двойная продажа и двойная покупка, точно так же всегда есть и двойная цена. Эта вечная обратная связь является наиболее важным обстоятельством для понимания факта обмена, и применение алгебраических знаков особенно ценно тем, что позволяет выявить ее наиболее явным образом. Впрочем, как мы видим, оно имеет то преимущество, что ведет к четкому и точному формулированию общих теорем. Вот почему мы будем продолжать этим пользоваться.

45. Пусть D_a, O_a, D_b, O_b — действительные спрос и предложение товаров (A) и (B) по соответствующим ценам $p_a = 1/\mu$, $p_b = \mu$. Между этими запрашиваемыми и предлагаемыми количествами и ценами имеется существенная связь, на которую надо указать прежде всего.

Действительные спрос и предложение есть, как мы говорили, спрос и предложение определенного количества товара по определенной цене. Сказать, следовательно, что предъявляется спрос на количество D_a товара (A) по цене p_a, значит сказать ipso facto*, что предлагается количество O_b (B), равное $D_a p_a$. Таким образом, сказать, например, что предъявляется спрос на 200 гектолитров овса по цене 1/2, выраженной в пшенице, значит сказать тем самым, что предлагается 100 гектолитров пшеницы. Следовательно, в общем виде D_a, p_a и O_b связаны уравнением

$$D_b = O_a p_a$$

Равным образом можно было бы доказать, что D_b, O_b, p_b, O_a и D_a связаны уравнениями

$$O_a = D_b p_b,$$

$$D_a = O_b p_b,$$

если бы оба последних уравнения не вытекали к тому же из двух первых и из уравнения $p_a p_b = 1$.

Таким образом, *действительный спрос или предложение одного товара на другой равны действительному спросу или предложению этого другого товара, помноженному на его цену, выраженную в первом товаре*.

Мы видим, что из этих четырех количеств D_a, O_a, D_b, O_b имеются два, определяющие два других. Мы будем считать (вплоть до новых разъяснений), что именно предлагаемые количества O_b и O_a являются резуль-

* в силу самого этого факта (лат. — *Прим. перев.*).

татом запрашиваемых количеств D_a и D_b, а не запрашиваемые количества — результатом предлагаемых. Действительно, в феномене обмена натурой двух товаров одного на другой спрос должен рассматриваться как главный факт, а предложение — как факт дополнительный. Предложение делается не для того, чтобы предложить, оно делается потому, что нельзя предъявлять спрос, не предлагая; предложение является лишь следствием спроса. Итак, мы удовлетворимся вначале лишь косвенной связью между предложением и ценой и попытаемся найти прямую связь лишь между спросом и ценой. По ценам p_a, p_b спрос предъявляется на D_a, D_b, отсюда следует, что предлагается $O_a = D_b p_b$, $O_b = D_a p_a$.

46. Итак, пусть

$$D_a = a\, O_a,$$

мы должны выдвинуть три гипотезы для случаев, когда $a = 1$, или $a > 1$ или $a < 1$. Но сначала сформулируем соответствующую теорему.

Если мы вставим в предшествующее уравнение оба значения D_a и O_a, получаемые из уравнений

$$D_a = O_b p_b,$$

$$O_a = D_b p_b,$$

то получаем

$$O_b = a\, D_b\,.$$

Таким образом, *если даны два товара, то отношение действительного спроса на один товар к его действительному предложению равно отношению действительного спроса на другой товар к его действительному предложению.*

Эту теорему можно было вывести следующим образом:

$$D_a = O_b p_b,$$

$$D_b = O_a p_a,$$

$$D_a D_b = O_a O_b;$$

или же таким образом:

$$O_a = D_b p_b,$$

$$O_b = D_a p_a,$$

$$O_a O_b = D_a D_b;$$

так или иначе, мы имеем в конечном счете

$$\frac{O_b}{D_b} = \frac{D_a}{O_a} = a.$$

Отметим, следовательно, что если действительные спрос и предложение (А) равны, то действительные предложение и спрос (В) будут также равны; если действительный спрос на (А) больше его действительного предложения, то действительное предложение (В) будет в той же пропорции больше действительного спроса на него; если, наконец, действительное предложение (А) больше действительного спроса на него, то действительный спрос на (В) будет в той же пропорции больше его действительного предложения. Таков смысл сформулированной выше теоремы.

47. Теперь предположим, что $\alpha = 1$; $D_a = O_a$, $O_b = D_b$, что запрашиваемое количество каждого из двух товаров равно предлагаемому количеству того же товара по соответствующим ценам $p_a = 1/\mu$ и $p_b = \mu$; каждый покупатель или продавец находит в точности свой эквивалент (contre-partie) у какого-либо продавца или покупателя. Имеется равновесие рынка. По равновесным ценам $1/\mu$ и μ количество $D_a = O_a$ товара (А) обменивается на количество $O_b = D_b$ товара (В), и по окончании торгов держатели обоих товаров уходят своей дорогой.

48. Но пусть $\alpha \gtrless 1$, $D_a \gtrless O_a$, $O_b \gtrless D_b$. Как тогда прийти к равенству спроса и предложения каждого из этих двух товаров?

Первая приходящая в голову мысль — это просто-напросто повторить рассуждение, приведенное на бирже относительно ренты. Это было бы очень большой ошибкой. На бирже у нас были покупатели и продавцы ренты, т.е. титулов, чья стоимость зависит одновременно от размера их особого дохода и от общей нормы дохода по отношению к капиталу. Как мы увидим ниже, повышение цены ренты могло лишь уменьшить спрос и увеличить предложение; понижение могло лишь увеличить спрос и уменьшить предложение. Здесь же у нас лица, обменивающиеся (А) и (В), которые, по нашему предположению, являются товарами прямой полезности, и на рынке присутствуют только они, один против другого. Но данное обстоятельство изменяет все.

Конечно, надо будет, как всегда, повышать цену p_a (или понижать p_b), если D_a больше O_a или же, напротив, повышать цену p_b (или понижать p_a), если D_b больше O_b. Разумеется также, предшествующее рассуждение сохранит силу в том, что касается спроса. Когда цена возрастает, спрос не может увеличиваться, он может лишь уменьшаться. А когда цена падает, спрос не может сокращаться, он может лишь возрастать.

Предположим, действительно, что обменивающееся лицо, предлагающее 5 гектолитров пшеницы за 10 гектолитров овса, т.е. предъявляющее спрос на 10 гектолитров овса по цене 0,50, выраженной в пшенице, является держателем 12 гектолитров пшеницы. По этой цене овса в 0,50 к пшенице он мог бы купить 24 гектолитра овса, но его потребность в пшенице вынуждает его ограничиться 10. При цене 0,60 он смог бы купить только 20 гектолитров овса; и мы должны допустить, что его потребность в пшенице вынуждает его ограничиться цифрой самое большее равной, а скорее меньшей 10, которую он мог обменять, когда был богаче. Таким образом, повышение p_a, которое будет понижением p_b, может только уменьшить D_a и увеличить D_b; напротив, повышение p_b, которое будет понижением p_a, может лишь уменьшить D_b и увеличить D_a. Но что станет с O_a и O_b? Вот этого и нельзя сказать. O_a равно произведению D_b на p_b. Но если один из двух факторов, p_b, уменьшается либо увеличивается, то одним этим другой фактор, D_b, увеличивается либо уменьшается. Равным образом O_b равно произведению D_a на p_a. Однако в зависимости от того, увеличивается либо уменьшается p_a, D_a уменьшается либо увеличивается в силу одного этого факта. Как же, следовательно, узнать, идем ли мы к равновесию?

Урок 6

Кривые действительных спроса и предложения. Установление равенства между спросом и предложением

Содержание: 49. Факт уменьшения действительного спроса в силу повышения цены. 50, 51. Кривые или уравнения частичного спроса в зависимости от цены. 52. Кривые или уравнения полного предложения. 53. Кривые предложения есть одновременно кривые спроса. 54. Гиперболы существующего (наличного) количества. 55. Промежуточное положение кривых предложения между осями координат и гиперболами существующего количества. 56. Решение задачи обмена двух товаров между собой. 57. Геометрическое решение путем вписания в кривые предложения прямоугольников с взаимно обратными основаниями, высоты которых перекрестно равны их площадям. 58. Алгебраическое решение. 59. Комбинация двух решений путем построения кривых предложения в зависимости от цены. 60, 61. Закон действительных предложения и спроса, или установление равновесных цен.

49. Поскольку в данном случае мы считаем, что между ценой и действительным предложением имеется лишь косвенное, или опосредованное, отношение, а прямое или непосредственное отношение имеет место между ценой и действительным спросом, то нам надо исследовать именно последнее.

Возьмем для этого из числа всех держателя пшеницы. У этого индивида есть пшеница, но нет овса; он хочет сохранить некоторое количество пшеницы для себя и намерен уступить некоторое количество ее в обмен на овес для своих лошадей. Что касается соответствующих количеств, которые он сохранит и уступит, то они будут зависеть от цены овса и от количества овса, на которое он предъявит спрос с учетом его цены. Как это происходит? Посмотрим. Итак, при нулевой цене (если надо отдать ноль гектолитров пшеницы, чтобы получить 1 гектолитр овса, иначе говоря, если овес бесплатен) наш человек запросит овса вдоволь, т.е. в достаточном количестве для всех своих лошадей и даже для тех, которых он может иметь в предположении, что прокормить лошадей ничего не стоит. Впрочем, ему не нужно будет отдавать в обмен никакого количества пшеницы. При ценах, принимающих последовательно значения 1/100, 1/10, 1/5, 1/2... (если надо отдавать 1/100, 1/10, 1/5, 1/2... гектолитров пшеницы за 1 гектолитр овса), он будет все больше сокращать свой спрос. При ценах 1, 2, 5, 10... (если надо отдавать 1, 2, 5, 10... гектолитров пшеницы за 1 гектолитр овса) он сократит его еще больше. Впрочем, количество предлагаемой им в обмен пшеницы будет всегда равно произведению запрашиваемого им количества овса на цену этого овса. Наконец, при определенной более или менее высокой цене, например 100 (если надо отдать 100 гектолитров пшеницы за 1 гектолитр овса), наш человек совсем не предъявит спроса на овес, так как по этой цене он не сможет или не захочет кормить ни одной лошади. Впрочем, ясно, что в этот момент он уже не будет предлагать в обмен никакого количества пшеницы. Следовательно, из всего этого совершенно ясно, что действительный спрос на овес постоянно уменьшается по мере увеличения цены: его исходное значение составляет некоторое число при нулевой цене, а конечное значение равно нулю при определенной цене. Что касается соответствующего действительного предложения, его значение начинается с нуля, увеличивается, достигает по меньшей мере одного максимума, затем уменьшается и возвращается к нулю.

50. Все держатели пшеницы, и не только все держатели пшеницы, с одной стороны, но и все держатели овса, с другой, имеют не одинаковые намерения, а аналогичные. И, вообще говоря, каждый держатель какого-либо товара, направляющийся на рынок, чтобы обменять на нем некоторое количество этого товара на некоторое количество другого товара, несет с собой *намерения к торгу*, потенциальные либо действительные, которые можно определить строгим образом.

Каждый держатель (1) количества q_b товара (B), скажем мы, переходя к алгебраическим обозначениям, направляющийся на рынок, чтобы обменять там некоторое количество o_b этого товара, которое он будет предлагать, на некоторое количество d_a товара (A), на которое он предъявит спрос, в соответствии с уравнением

$$d_a v_a = o_b v_b,$$

вернется оттуда с количеством d_a товара (A) и количеством

$$y = q_b - o_b = q_b - d_a \frac{v_a}{v_b}$$

товара (B). Так или иначе, между количествами q_b, v_a / v_b или p_a, d_a и y всегда сохраняется отношение

$$q_b = y + d_a p_a .$$

Наш человек знает, что такое q_b. Он не знает, пока не пришел на рынок, каким будет v_a / v_b или p_a; но он уверен, что узнает это, как только придет, и, зная величину p_a, он должен будет сразу же принять для себя определенное значение d_a, из которого последует, в конечном счете, определенное значение y в силу указанного выше уравнения.

Если наш человек сам идет на рынок, он может оставить свои намерения к торгу в потенциальном, а не в действительном состоянии, т. е. определять свой спрос d_a лишь после того, как известна цена p_a. Даже в этом случае его намерения существуют. Но если, например, что-то мешает ему лично пойти на рынок либо по той или иной причине он должен дать поручение другу или распоряжения маклеру, то он должен будет предусмотреть все возможные значения p_a, от нуля до бесконечности, и определить отсюда все соответствующие значения d_a, выражая их каким-либо образом. Но тот, кто хоть немного привычен к расчетам, знает, что есть два способа выразить это математически.

51. Даны две оси координат (рис. 1), горизонтальная ось цен Op и вертикальная ось спроса Od. На одну, начиная с начала координат 0, я наношу длины Op'_a, Op''_a..., соответствующие различным возможным ценам овса, выраженным в пшенице, или (A) в (B). На другую, также с начала координат 0, я наношу длину $Oa_{d,1}$, соответствующую количеству овса или (A), на которое предъявит спрос наш держатель пшеницы, или (B) при нулевой цене; и на параллельных оси спроса линиях, начинающихся в точках p'_a, p''_a..., я наношу из этих точек длины $p'_a\ a'_1$, $p''_a\ a''_1$..., соответствующие соответственно тем количествам овса или (A), которые будут запрошены при соответствующих ценах p'_a, p''_a... Длина $Oa_{p,1}$ будет представлять цену, при которой наш держатель пшеницы или (B) не предъявит более никакого спроса на овес или (A).

Итак, намерения к торгу держателя (1) товара (B) выражены либо геометрически кривой $a_{d,1}\ a_{p,1}$, проходящей через точки $a_{d,1}$, a'_1, a''_1... $a_{p,1}$, либо алгебраически уравнением $d_a = f_{a,1}(p_a)$ данной кривой. Кривая $a_{d,1}\ a_{p,1}$ и уравнение $d_a = f_{a,1}(p_a)$ являются эмпирическими. Таким же образом мы получим кривые $a_{d,2}\ a_{p,2}$, $a_{d,3}a_{p,3}$... или их уравнения $d_a = f_{a,2}(p_a)$, $d_a = f_{a,3}(p_a)$, выражающие геометрически либо алгебраически намерения к торгу всех остальных держателей (2), (3)... товара (B).

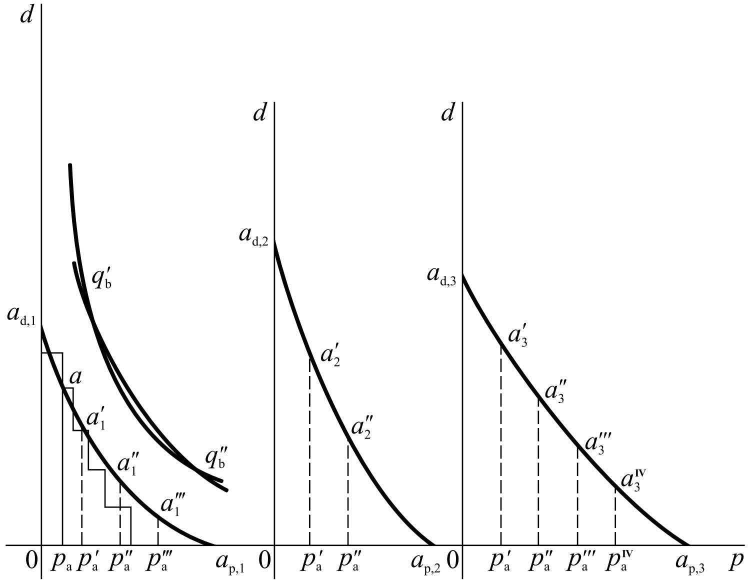
52. Если теперь мы сложим, так сказать, все эти частичные кривые $a_{d,1}a_{p,1}$, $a_{d,2}a_{p,2}$, $a_{d,3}a_{p,3}$ друг с другом, складывая все ординаты по одной и той же абсциссе, мы получим полную кривую A_dA_p (рис. 2), выражающую геометрически намерения к торгу всех держателей (B). Или если мы сложим все частичные уравнения, то получим полное уравнение

$$D_a = f_{a,1}(p_a) + f_{a,2}(p_a) + f_{a,3}(p_a) + \ldots = F_a(p_a)\ ,$$

выражающее алгебраически те же самые намерения. Это — кривая или уравнение спроса на (A), выраженное в (B) как функция от цены (B) в (A).

Ничто не указывает на то, что частичные кривые или уравнения $a_{d,1}a_{p,1}$, $d_a = f_{a,1}(p_a)$ и остальные являются непрерывными, т.е. что бесконечно малое увеличение p_a приводит к бесконечно малому уменьшению d_a. Напротив, эти функции часто будут прерывистыми (дискретными). Что касается овса, например, очевидно, что наш первый держатель пшеницы будет сокращать свой спрос не по мере роста цены, а в некотором роде скачками — каждый раз, когда он решит держать в конюшне на одну лошадь меньше. В итоге его частичная кривая спроса будет выглядеть в дей-

Рис. 1



ствительности ступенчатой, проходя через точку *a* (рис. 1). Так же будет и с остальными. И однако, полная кривая A_dA_p (рис. 2) может — в силу так называемого закона больших чисел — рассматриваться как в значительной степени непрерывная. Действительно, когда произойдет очень малое увеличение цены, то из большого числа по меньшей мере один держатель (B) подойдет к пределу, вынуждающему его освободиться от одной лошади, и произойдет также очень алое уменьшение общего спроса.

53. В этих условиях кривая A_dA_p дает, следовательно, действительно запрашиваемое количество (A) в зависимости от цены (A). Например, при цене $p_{a,m}$, представленной абсциссой $Op_{a,m}$ точки A_m, действительным спросом является $D_{a,m}$ по цене $p_{a,m}$, представленный ординатой $OD_{a,m}$ той же точки A_m. Впрочем, когда действительный спрос на (A) в (B) будет $D_{a,m}$ по цене $p_{a,m}$, то действительное предложение (B) в обмен на (A) будет тем самым $O_{b,m} = D_{a,m}p_{a,m}$ (§ 45), что представлено прямоугольником $OD_{a,m}A_mp_{a,m}$ с координатами $OD_{a,m}$, $Op_{a,m}$ по его площади. Таким образом, кривая A_dA_p представляет одновременно спрос на (A) и предложение (B) в зависимости от цены (A) в (B). Равным образом кривая B_dB_p представляет одновременно спрос на (B) и предложение (A) в зависимости от цены (B) в (A).

54. Пусть дано совокупное количество (B), имеющееся на рынке в руках держателей этого товара, и дана кривая, проходящая через точку Q_b

равносторонней приближающейся к своим асимптотам гиперболы, уравнение которой $xy = Q_b$. Продолжим линию $p_{a,m}A_m$ до пересечения с этой гиперболой в точке Q_b и проведем прямую, параллельную оси x или цен b Qm_b. Площадь Q_b прямоугольника $Ob\, Q_b p_{a,m}$ представляет совокупное количество (B), принесенное на рынок.; площадь $D_{a,m}p_{a,m}$ прямоугольника $OD_{a,m}A_m p_{a,m}$ представляет часть, которая будет уступлена в обмен на (A) по цене $p_{a,m}$; и, следовательно, площадь Y прямоугольника $D_{a,m}b\, Q_b A_m$, т.е. $Q_b — D_{a,m}p_{a,m}$, представляет часть, которая будет унесена обратно с рынка и сохранена держателями при той же цене $p_{a,m}$. Итак, в любом случае между количествами Q_b, p_a, D_a и Y у нас всегда будет отношение

$$Q_b = Y + D_a p_a.$$

Таким образом, $xy = Q_b$, или кривая, проходящая через точку Q_b, будучи гиперболой наличного количества (B), $A_d A_p$ есть кривая раздела этого количества на часть, подлежащую обмену на (A), и часть, оставляемую у себя, в зависимости от цен (A) и (B). Естественно, то же отношение мы найдем между кривой $B_d B_p$ и гиперболой наличного количества (A), уравнение которого будет $xy = Q_a$.

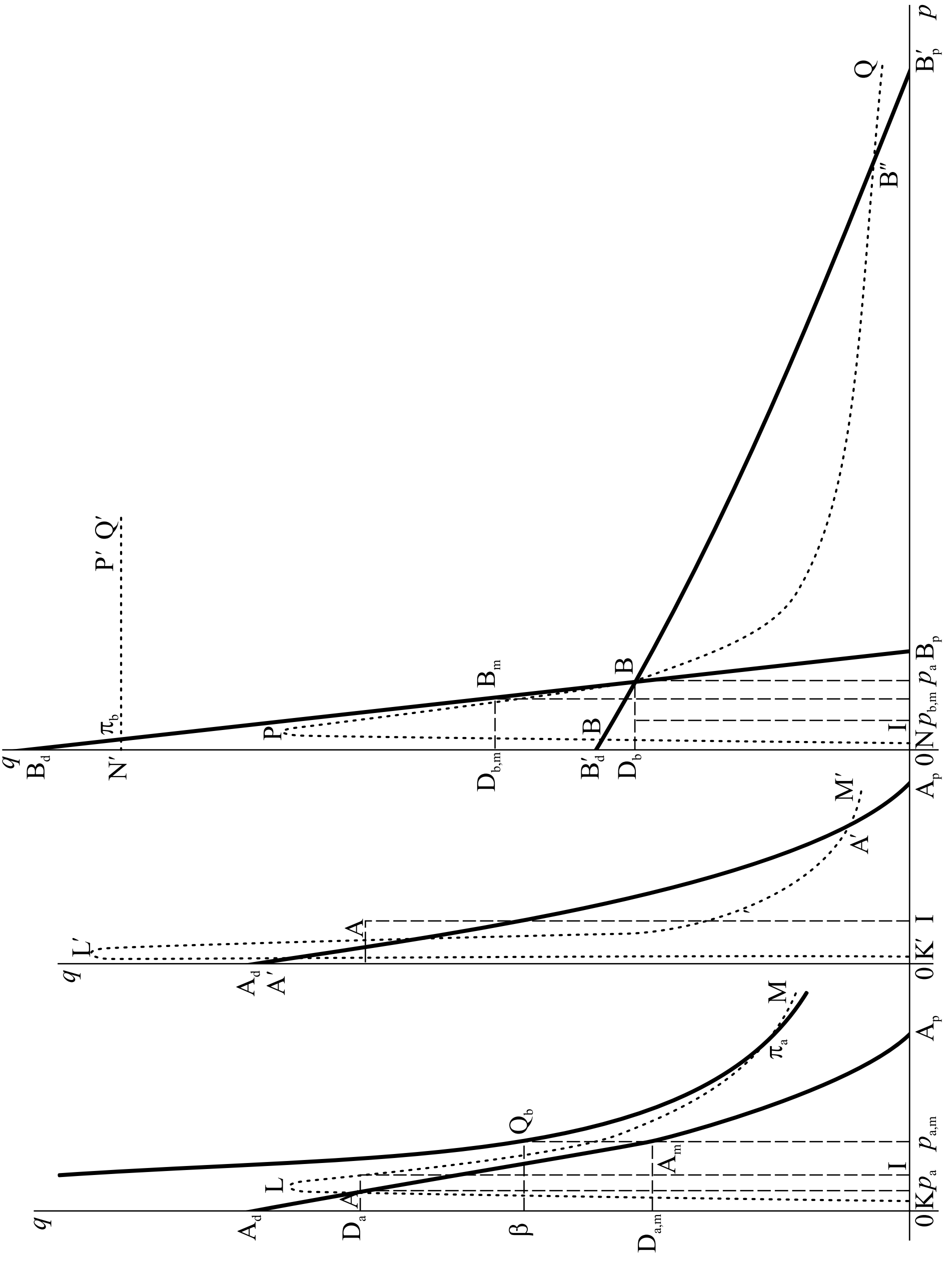
55. Кривые спроса замкнуты, следовательно, в гиперболах количества. Можно также сказать, что обычно эти кривые пересекают оси координат и не являются их асимптотами.

Обычно они пересекают ось спроса. Действительно, количество какого-либо товара, запрашиваемого индивидом по нулевой цене, является в общем случае конечным. Если бы овес был бесплатным, то некоторые люди содержали бы десятки или сотни лошадей, но не бесконечное количество, и не предъявляли бы спрос на неограниченное количество овса. Будучи суммой конечных количеств, общая сумма спроса была бы и сама конечной.

Эти кривые пересекают обычно и ось цен. Действительно, можно, в общем, предположить, что имеется достаточно высокая, но не бесконечная цена, по которой уже никто не предъявляет спрос на какой-либо товар даже в бесконечно малом количестве. И однако, в целом, в этом отношении нельзя утверждать ничего абсолютного. Вполне можно представить случай, когда товар (B) предлагается *по любой цене* либо в полном объеме, либо частично и когда, следовательно, кривая спроса $A_d A_p$ совпадает полностью или частично с гиперболой, проходящей через Q_b, или с некоторой другой внутренней гиперболой. Вот почему, дабы не забегать вперед, мы будем считать, что кривые спроса могут занимать любое положение между осями координат и гиперболами наличного количества.

56. Нам известна природа прямого и непосредственного отношения,

Рис. 2



q
p
0
B_d
N′
D_b,m
B′_d
D_b
π_b
P′ Q′
P
B_m
B
B
B″
Q
B′_p
B_p
p_a
p_b,m
N
I
A_p
A′
M′
K′
L′
A
A_d
A′
M
π_a
Q_b
L
A
A_m
D_a
β
D_a,m
K
p_a,m

связывающего действительный спрос на товар с его ценой в другом товаре, и мы можем дать математическое выражение этого отношения.

Так, для товара (A) это отношение будет выражаться геометрически кривой A_dA_p или алгебраически уравнением данной кривой

$$D_a = F_a (p_a) \ (\S\, 52).$$

Для товара (B) оно будет выражаться геометрически кривой B_dB_p или алгебраически уравнением данной кривой

$$D_b = F_b(p_b).$$

Более того, нам известна также природа косвенного и опосредованного отношения, существующего между действительным предложением одного товара в обмен на другой и ценой последнего товара в первом, и мы можем также представить математическое выражение данного отношения.

Для товара (A) отношение, о котором идет речь, будет выражаться геометрически рядом прямоугольников, вписанных в кривую B_dB_p, или алгебраически уравнением

$$O_a = D_b p_b = F_b (p_b)\, p_b \quad (\S\, 53)$$

Для товара (B) оно будет выражаться геометрически рядом прямоугольников, вписанных в кривую A_dA_p, или алгебраически уравнением

$$O_b = D_a p_a = F_a (p_a)\, p_a.$$

Впрочем, нет ничего проще из последних выражений вывести те, которые относятся к отношению, связывающему действительное предложение каждого товара с его собственной ценой в другом товаре. Достаточно всего лишь заменить в первых двух уравнениях цену p_b на $1/p_a$ и цену p_a на $1/p_b$ в силу соотношения $p_a p_b = 1$.

Тогда мы получим

$$O_a = F_b\left(\frac{1}{p_a}\right)\frac{1}{p_a},$$

$$O_b = F_a\left(\frac{1}{p_b}\right)\frac{1}{p_b}.$$

Имея все эти элементы, мы в состоянии математически решить общую задачу обмена двух товаров друг на друга, состоящую в следующем: н*еобходимо определить соответствующие равновесные цены, если даны два товара* (*A*) *и* (*B*) *и кривые спроса на эти два товара, один в обмен на другой, или уравнения данных кривых.*

57. Геометрически задача состоит в том, чтобы вписать в обе кривые A_dA_p, B_dB_p два прямоугольника OD_aAp_a, OD_bBp_b с взаимно обратными основаниями так, чтобы высота одного OD_a была равна площади другого $Od_b \times Op_b$ и чтобы, наоборот, высота второго OD_b была равна площади первого $OD_a \times Op_a$. Основания этих двух прямоугольников — Op_a, Op_b — будут представлять равновесные цены, так как при данных соответствующих ценах спрос на (A), представленный высотой OD_a, будет равен предложению (A), представленному площадью $OD_b \times Op_b$, а спрос на (B), представленный высотой OD_b, будет равен предложению (B), представленному площадью $OD_a \times Op_a$ (§ 47).

Выражение «*высоты, равные площадям*», которое я использовал, не однородно. Но в данном случае эта однородность не является необходимой в силу того, что условие обратной зависимости оснований предполагает определение общей единицы OI, использованной для построения обеих кривых. Однако если есть желание выявить ее, то можно было бы сказать, что высота каждого прямоугольника должна содержать единицу длины столько раз, сколько единиц площади содержит площадь другого; или, говоря иначе, что площадь каждого прямоугольника должна быть равна площади такого прямоугольника, который построен по высоте другого на основании, равном единице. Впрочем, в данных задачи само собой разумеется, что основания обоих прямоугольников равны обратным отношениям высот и прямым отношениям соответствующих площадей.

58. Алгебраически задача состоит в нахождении двух корней p_a, p_b двух уравнений

$$F_a(p_a) = F_b(p_b)\,p_b, \qquad p_ap_b = 1;$$

или двух корней p_a, p_b двух уравнений

$$F_a(p_a)\,p_a = F_b(p_b), \qquad p_ap_b = 1;$$

или, наконец, двух корней двух уравнений

$$F_a(p_a) = F_b\left(\frac{1}{p_a}\right)\frac{1}{p_a},$$

выражающего, что $D_a = O_a$, и

$$F_a\left(\frac{1}{p_b}\right)\frac{1}{p_b} = F_b(p_b),$$

выражающего, что $O_b = D_b$.

59. Оба метода могут к тому же быть объединены в один. У нас уже есть кривые

$$D_a = F_a(p_a), \qquad D_b = F_b(p_b);$$

это кривые A_dA_p, B_dB_p. Построим кривые

$$O_a = F_b\left(\frac{1}{p_a}\right)\frac{1}{p_a}, \quad O_b = F_a\left(\frac{1}{p_b}\right)$$

это будут кривые *KLM, NPQ*, пересечение которых с первыми кривыми в точках *A* и *B* даст как раз прямоугольники, о которых шла речь выше.

Нетрудно убедиться в том, что такое эти кривые *KLM, NPQ*, изображенные на рисунке пунктиром, и каким образом они построены.

Первая, *KLM*, является кривой предложения (A), но не той, что совпадает с кривой спроса на товар (B) и дает нам предложение (A) через площади прямоугольников координат в зависимости от p_b, а отличной от нее кривой, дающей это предложение (A) через длины ординат в зависимости от p_a.

Она начинается с нуля при бесконечно большой цене (A), выраженной в (B), соответствующей бесконечно малой цене (B) в (A), т.е. она асимптотична оси цен. Она поднимается по мере приближения к началу координат при убывающих ценах (A) в (B), соответствующих возрастающим ценам (B) в (A). Она достигает максимума *L*, чья абсцисса представляет цену (A) в (B), обратную цене (B) в (A) $p_{b,m}$, представленной абсциссой $Op_{b,m}$ точки B_m, для которой прямоугольник, вписанный в B_dB_p, является максимальным. Затем она идет вниз, еще более приближаясь к началу координат, и возвращается к нулю при цене (A) в (B), представленной *OK*, обратной по величине цене (B) в (A), представленной абсциссой OB_p точки B_p, в которой кривая B_dB_p пересекает ось цен.

Равным образом вторая кривая, *NPQ*, является кривой предложения (B), но не той, что совпадает с кривой спроса на товар (A) и дает нам предложение (B) через площади прямоугольников координат в зависимости от p_a, а отличной от нее кривой, дающей это предложение (B) через длины ординат в зависимости от p_b.

Она начинается с нуля при бесконечно большой цене (B), выраженной в (A), соответствующей бесконечно малой цене (A) в (B), т. е. она асимптотична оси цен. Она поднимается по мере приближения к началу координат при убывающих ценах (B) в (A), соответствующих возрастающим ценам (A) в (B). Она достигает максимума *P*, чья абсцисса представляет цену (B) в (A), обратную цене (A) в (B) $p_{a,m}$, представленной абсциссой $Op_{a,m}$ точки A_m, для которой прямоугольник, вписанный в A_dA_p, является максимальным. Затем она идет вниз, еще более приближаясь к началу координат, и возвращается к нулю при цене (B) в (A), представленной ON, обратной по величине цене (A) в (B), представленной абсциссой OA_p точки A_p, в которой кривая A_dA_p пересекает ось цен.

Разумеется, данная форма кривых KLM, NPQ соотносится в принципе с формой кривых B_dB_p, A_dA_p. Если предположить, что последние выглядят иначе, то и первые будут полностью иными. Как бы там ни было, при избранных нами данных кривая B_dB_p идет вниз и, *пройдя* точку максимума B_m, пересекает пунктирную кривую NPQ в тот момент, когда последняя идет вверх *от нуля к своему максимуму* P; и, следовательно, кривая A_dA_p также пересекает пунктирную кривую KLM на нисходящем участке *до прохождения* максимальной точки A_m в тот момент, когда последняя кривая идет вниз *от своего максимума* L *до нуля*.

60. Итак, учитывая данное расположение, очевидно, что если в точке A встречаются две кривые A_dA_p и KLM, то *справа* или *слева* от этой точки, напротив, кривая A_dA_p *ниже* или *выше* кривой KLM; если же в точке B встречаются две кривые B_dB_p и NQP, то *справа* или *слева* от этой точки, напротив, кривая B_dB_p *ниже* или *выше* кривой NQP.

Таким образом, поскольку, по допущению, цены $p_a = 1/\mu$ и $p_b = \mu$ являются такими, при которых $D_a = O_a$ и $O_b = D_b$, то для всех цен (A) в (B), превышающих p_a, соответствующих ценам (B) в (A), уступающих (меньших) p_b, мы будем иметь одновременно $O_a > D_a$ и $D_b > O_b$. В первом случае к равновесной цене можно было бы прийти лишь через повышение p_b, что было бы понижением p_a. Во втором случае к этому можно прийти лишь через повышение p_a, что было бы понижением p_b.

Все это приводит нас к формулированию *закона действительных предложения и спроса* , или *закона установления равновесных цен*, для случая обмена двух товаров друг на друга в следующих терминах: е*сли даны два товара, то чтобы имелось рыночное равновесие по отношению к ним, или стационарная цена одного товара в другом, необходимо и достаточно, чтобы действительный спрос на каждый из двух товаров был равен его действительному предложению. Если это равенство не существует, то, чтобы прийти к равновесной цене, необходимо повышение цены товара, действительный спрос на который выше его действительного предложения, и понижение цены того товара, действительное предложение которого выше действительного спроса на него*.

Закон таков, что мы могли бы испытать искушение сформулировать его сразу же после исследования биржевого рынка (§ 42), но было необходимо строгое доказательство (§ 48).

61. Сейчас мы ясно видим, что представляет собой механизм конкуренции на рынке; это — практическое решение путем повышения и понижения цен задачи обмена, чье теоретическое и математическое решение мы дали выше. Впрочем, надо понимать, что в наше намерение

нисколько не входила подмена одного решения другим. Практическое решение является столь быстрым и надежным, что нельзя желать ничего лучшего. Можно наблюдать, как на больших рынках, функционирующих даже без маклеров и «крикунов», текущая равновесная цена определяется в несколько минут и по этой цене за половину или три четверти часа обмениваются значительные количества товара. Теоретическое решение, напротив, было бы почти во всех случаях совершенно невозможным на практике. Вот почему говорить о трудности нахождения кривых обмена или их уравнений значило бы выдвигать против нас необоснованное возражение. Что же касается пользы построения в некоторых случаях кривой спроса или предложения — полностью или частично — для определенного товара, а также возможности или невозможности сделать это, то данный вопрос мы целиком оставляем на будущее. В данный момент мы исследуем задачу обмена в общем, и чистое и простое представление о кривых обмена для нас и достаточно, и необходимо.

Урок 7

Обсуждение решения задачи обмена двух товаров друг на друга

62. Резюмируем. Если даны два товара (A) и (B), для которых отношение между действительным спросом и ценой выражается уравнениями

$$D_a = F_a(p_a), \qquad\qquad D_b = F_b(p_b),$$

то равновесная цена дана уравнением

$$D_a v_a = D_b v_b;$$

или, заменяя D_a и D_b на их значения, уравнением

$$F_a(p_a)\,v_a = F_b(p_b)\,v_b,$$

которое можно представить в форме

[1] $$F_a(p_a) = F_b\left(\frac{1}{p_a}\right)\frac{1}{p_a},$$

или в форме

[2] $$F_a\left(\frac{1}{p_b}\right)\frac{1}{p_b} = F_b(p_b),$$

в зависимости от того, хотим мы вывести p_a или p_b. Первая из этих двух форм выражает, что $D_a = O_a$, вторая — что $O_b = D_b$.

Мы решили уравнение в двух его формах (§ 59) через пересечение кривых

$$D_a = F_a(p_a), \qquad O_a = F_b\left(\frac{1}{p_a}\right)\frac{1}{p_a},$$

и кривых

$$O_b = F_a\left(\frac{1}{p_b}\right)\frac{1}{p_b}, \qquad D_b = F_b(p_b),$$

но это решение необходимо обсудить.

63. Мы не будем его обсуждать для всех возможных случаев, что было бы слишком долгим и, впрочем, преждевременным делом, а только для достаточно простого общего случая, к которому относится наш рисунок. Мы сделали предположение (рис. 2) о наличии двух непрерывных кривых A_dA_p, B_dB_p, имеющих к тому же один максимум для прямоугольников с координатами D_ap_a, D_bp_b между точкой, для которой $p_a = OA_p$ и $D_a = 0$, и точкой, для которой $p_a = OA_p$ и $D_a = 0$, между точкой, для которой $D_b = OB_d$ и $p_b = 0$, и точкой, для которой $p_b = OB_p$ и $D_b = 0$. Впрочем, нам следует рассмотреть лишь часть этих кривых, заключенную в плоскости положительных координат, и в ней отрезок, заключенный между точками A_d и A_p, между точками B_d и B_p. Это вытекает, разумеется, из самой природы факта обмена. При данном допущении кривые *KLM*, *NPQ* являются непрерывными и имеют лишь один максимум по ординатам. Однако даже в ограниченном случае, определенном подобным образом, есть материал для интересного обсуждения.

64. Мы рассуждали так, как если бы A_dA_p и *KLM*, с одной стороны, и B_dB_p и *NPQ*, с другой, пересекались в одной точке *A* и в одной точке *B*. Но следует прежде всего заметить, что эти кривые могли бы не пересечься вовсе. Если бы, действительно, кривая B_dB_p приближалась к оси цен в точке, расположенной ближе к центру, чем точка *N*, то она не пересеклась бы с кривой *NPQ*. Впрочем, в этом случае и кривая *KLM* сдвинулась бы по оси цен за точку A_p, и кривая A_dA_p ее бы не пересекла. В этом случае решения не было бы.

В данной вероятности нет ничего удивительного. Она соответствует случаю, когда ни один держатель блага (B) не хочет отдавать количества A_p этого блага за 1 единицу блага (A), или 1 единицу (B) за $1/A_p$ единиц блага (A), в то время как, с другой стороны, ни один держатель (A) не хочет отдавать $1/A_p$ (A) за 1 единицу (B), или 1 (A) за A_p (B). Очевидно, что торг не дал бы в этом случае на рынке никакого результата. Если бы в качестве цены (A) в (B) предлагалась цена ниже A_p, т.е. в качестве цены (B) в (A) предлагалось больше $1/A_p$, то был бы спрос на (A) со стороны держателей (B), но не было бы спроса на (B) со стороны предлагающих (A). А если бы предлагалась цена ниже $1/A_p$ в качестве цены (B) в (A), т.е. выше A_p в качестве цены (A) в (B), то был бы спрос на (B) со стороны предлагающих (A), но не было бы спроса на (A) со стороны предлагающих (B).

65. Внимательное рассмотрение формы кривых позволяет заметить,

наряду с предыдущим, и тот случай, когда у кривых может быть несколько точек пересечения. Если бы, действительно, два товара (A) и (B) были таковы, что (имея в виду, что спрос на (A) в (B) также выражается кривой A_dA_p) спрос на (B) в (A) был бы представлен кривой $B'_d\ B'_p$, то кривая $B'_d\ B'_p$ пересекалась бы кривой NPQ в трех точках — B, B', B''. В этом случае вместо кривой KLM предложения (A) на (B) была бы кривая $K'L'M'$, которая сама пересекала бы кривую A_dA_p в трех точках A, A', A'', точка A соответствовала бы точке B, точка A' — точке B', точка A'' — точке B''. Тем самым имелось бы три разных решения задачи обмена двух товаров (A) и (B) друг на друга, поскольку имелось бы три системы, каждая из которых имела бы по два вписанных в кривые A_dA_p, $B'_d\ B'_p$ прямоугольника, длины оснований которых являются обратными величинами, а отношения высот которых обратно пропорциональны отношению их площадей. Однако равнозначны ли эти три решения?

66. Если из трех систем мы рассмотрим сначала те, которые относятся к точкам A' и B', A'' и B'', то окажемся в условиях, тождественных условиям системы, относящейся к точкам A и B в случае одного единственного решения (§ 60). *Справа* или *слева* от точки A', где пересекаются обе кривые A_dA_p и $K'L'M'$, кривая A_dA_p лежит *ниже* или *выше* кривой $K'L'M'$; и, равным образом, *справа* или *слева* от точки B', где пересекаются кривые $B'_dB'_p$ и NPQ, кривая $B'_dB'_p$ *ниже* или *выше* кривой NPQ. *Справа* или *слева* от точки A'' кривая A_dA_p лежит *ниже* или *выше* кривой $K'L'M'$; и, равным образом, *справа* или *слева* от точки B'' кривая $B'_dB'_p$ *ниже* или *выше* кривой NPQ.

В обоих случаях, когда точки лежат *дальше* от начала координат, чем точка равновесия, *предложение товара больше спроса на него*, что должно привести к понижению цены, т.е. к возврату к точке равновесия. В обоих случаях, когда они лежат *ближе* точки равновесия, *спрос на товар больше его предложения*, что должно привести к повышению цены, т.е. к движению в сторону точки равновесия. Можно, следовательно, сравнить это равновесие с равновесием висящего тела, точка опоры которого находится выше центра тяжести по вертикали, так что в случае отклонения этого центра тяжести от вертикали он вернется сам по себе в прежнее положение под действием одной силы тяжести. Это — устойчивое равновесие.

67. Иначе обстоит дело с точками A и B. *Справа* от точки A кривая A_dA_p находится *выше* кривой $K'L'M'$, *слева* от нее она *ниже*. Равным образом, *справа* от точки B кривая $B'_dB'_p$ лежит *выше* кривой NPQ, *слева* от нее — *ниже*. Таким образом, в этом случае, если мы находимся *дальше* точки равновесия от начала координат, *спрос на товар больше его предложения*, что должно привести к *повышению* цены, т.е. к удалению от точки равновесия. И также в этом случае, когда мы находимся от точки равновесия *ближе* к началу координат, *предложение товара больше спро-*

са на него, что должно привести к *понижению* цены, т.е. также к удалению от точки равновесия. Данное равновесие в точности сравнимо с равновесием тела, точка опоры которого находится ниже центра тяжести по вертикали, так что если центр тяжести ушел от вертикали, то он все более и более отклоняется от нее и под действием одной лишь силы тяжести может вернуться к вертикали лишь ниже точки опоры. Это — *неустойчивое* равновесие.

68. В действительности системы (пары точек) A' и B', а также A'' и B'' представляют, следовательно, два единственных решения задачи, а система A и B представляет собой лишь точку разделения и границу соответствующего поля каждого из этих двух решений. При значениях, превышающих $p_{\text{b}} = \mu$, цена (A) в (B) стремится к равновесной цене p''_{b}, абсциссе точки B''; при меньших значениях она стремится к цене p'_{b}, абсциссе точки B'. Соответственно при значениях, меньших $p_{\text{a}} = 1/\mu$, цена (A) в (B) стремится к равновесной цене p''_{a}, абсциссе точки A''; при больших значениях она стремится к цене p'_{a}, абсциссе точки A'.

Эта вероятность соответствует, как нетрудно видеть, случаю, когда в силу природы товаров оказывается, что большое количество товара (A), запрашиваемое по низкой цене, может быть равноценным малому количеству товара (B), запрашиваемому по высокой цене (B) в (A), в то же время малое количество (A), запрашиваемое по высокой цене (A) в (B), может также быть равноценным большому количеству (B), запрашиваемому по низкой цене (B) в (A). В этом случае в зависимости от того, начнутся ли торги с низкой цены (A) в (B) и высокой (B) в (A), или же с низкой цены (B) в (A) и высокой (A) в (B), то они приведут к первому или второму из указанных равновесий. Ниже мы увидим, остается ли возможным данный вариант при нескольких товарах, обменивающихся друг на друга с участием счетного товара и денег.

69. До сих пор в ходе нашего обсуждения мы предполагали, что кривые спроса $A_{\text{d}}A_{\text{p}}$, $B_{\text{d}}B_{\text{p}}$, $B'_{\text{d}}B'_{\text{p}}$ пересекают обе оси координат. Надо рассмотреть крайний случай, когда кривые спроса, совпадая с гиперболами наличного количества, оказываются асимптотами к этим осям.

Если, например, $A_{\text{d}}A_{\text{p}}$ сливалась бы с гиперболой $D_{\text{a}}p_{\text{a}} = Q_{\text{b}}$, а товар (B) предлагался бы по любой цене, то уравнение [1] стало бы следующим:

$$Q_{\text{b}} \frac{1}{p_{\text{a}}} = F_{\text{b}}\left(\frac{1}{p_{\text{a}}}\right)\frac{1}{p_{\text{a}}} \ ,$$

которое представляло бы пересечение в p_{a} кривой, проходящей через точку Q_{b}, и кривой *KLM*. Я абстрагируюсь от решения, даваемого уравнением $1/p_{\text{a}} = 0$, т.е. $p_{\text{a}} = \infty$.

Уравнение [2] стало бы в данном случае

$$Q_b = F_b\,(p_b),$$

которое представляет пересечение в p_b кривой B_dB_p и прямой $N'P'Q'$, проведенной параллельно оси цен на расстоянии $ON' = Q_b$.

70. Наконец, если бы оба товара предлагались по любой цене, то мы имели бы одновременно

$$Q_b\,\frac{1}{p_a} = Q_a\,, \qquad Q_b = Q_a\,\frac{1}{p_b}\,;$$

что дало бы при соответствующих значениях p_a и p_b

$$p_a = \frac{Q_b}{Q_a}\,, \qquad p_b = \frac{Q_a}{Q_b}\,.$$

Таким образом, в этом последнем случае оба товара обменивались бы просто-напросто в обратной пропорции наличного количества, т.е. согласно уравнению,

$$Q_a v_a = Q_b v_b.$$

И, действительно, как нетрудно признать, это равенство наличных количеств и обмененных количеств представляло бы собой в таком случае само равенство действительных объемов предложения и спроса по обоим товарам.

Урок 8

Кривые полезности или потребности. Теорема максимальной полезности товаров

Содержание: 71. Обстоятельство, определяющее исходную точку кривых частичного спроса: *экстенсивная полезность*. 72. Обстоятельство, определяющее наклон и конечную точку: *интенсивная полезность*. 73. Влияние *имеющегося количества*. 74. Гипотеза о единице измерения полезности или потребности. Построение кривых полезности или потребности. 75. Они являются кривыми *действительной полезности* и *редкости* как функции *от имеющегося количества*. 76. Обмен осуществляется с целью максимального удовлетворения потребностей. 77. Обмен количества o_b (B) на количество d_a (A), после которого отношение редкости (A) к редкости (B) оказывается равным цене p_a, является выгодным. 78, 79. Этот обмен выгоднее, чем любой другой обмен двух меньших либо больших количеств, чем o_b и d_a. 80. Итак, максимальное удовлетворение имеет место, когда отношение редкостей равно цене. 81. Уравнение кривой спроса, выведенное из условия максимального удовлетворения. 82. Решение с бесконечно малыми величинами. 83, 84. Случай дискретных кривых потребности.

71. Проведенное нами до сих пор исследование природы факта обмена делает возможным исследование самой причины этого факта. Действительно, если цены вытекают математически из кривых спроса, то причины и исходные условия формирования и изменения кривых спроса являются также причинами и условиями формирования и изменения цен.

Итак, вернемся к кривым частичного спроса, например, к кривой $a_{d,1}a_{p,1}$ (рис. 1) (§ 51), выражающей геометрически намерения к торгу по товару (A) держателя (1) товара (B); рассмотрим сначала обстоятельство, определяющее положение точки $a_{d,1}$, в которой кривая уходит от оси спроса. Длина $Oa_{d,1}$ представляет действительно запрошенное количество (A) данным держателем по нулевой цене, т.е. количество, которое он бы потребил, если бы товар был бесплатным. Но от чего обычно зависит это количество? От определенного вида полезности товара, которую мы будем называть *экстенсивной полезностью* (или полезностью по экстенсивности), так как она состоит в том, что данное благо отвечает более или менее распространенным или многочисленным потребностям в зависимости от того, что большее или меньшее число людей испытывают их и испытывают их в большей или меньшей степени, так как, одним словом, отвлекаясь от каких-либо жертв по его получению, данный товар мог бы потребляться в большем или меньшем количестве. Это первое обстоятельство является простым или абсолютным в том, что экстенсивная потребность в (A) влияет лишь на кривые спроса на (A) и что, равным образом, экстенсивная потребность в (B) влияет лишь на кривые спроса на (B). Более того, она может быть оценена, поскольку экстенсивная потребность, будучи *количеством, запрашиваемым по нулевой цене*, есть величина, которую можно измерить.

72. Но экстенсивная полезность не является всей полезностью, она — лишь один из ее факторов. Есть и другой фактор, который обнаружит себя, если мы теперь будем исследовать обстоятельство, определяющее наклон кривой $a_{d,1}a_{p,1}$ и, следовательно, положение точки $a_{p,1}$, в которой кривая приближается к оси цен. Наклон кривой является не чем иным, как отношением этих двух количеств: повышения цены и уменьшения спроса, вызываемым повышением. Итак, от чего обычно зависит это отношение? Это — другой вид полезности товара, которую мы будем называть *интенсивной полезностью* (или полезностью по интенсивности), так как она состоит в том, что этот вид богатства отвечает более или менее интенсивным или неотложным потребностям, ибо они сохраняются, несмотря на дороговизну, у более или менее большого числа людей и они более или менее сохраняются у каждого из них, потому что, одним словом, значение жертвы, связанной с их приобретением, оказывает большее или меньшее влияние на потребляемое количество товара. В отличие от первого второе обстоятельство является сложным или относительным в том смысле, что наклон кривых спроса на товар (A), равно как наклон спроса на (B), зависит одновременно от интенсивной полезности (A) и от интенсивной полезности (B). Таким образом, наклон кривых спроса, определяемый как *предел отношения сокращения спроса к повышению цены*, что нетрудно определить математически, дает нам лишь сложную связь между интенсивностью полезностей двух товаров.

73. Впрочем, есть еще одно обстоятельство, влияющее на наклон кривой $a_{d,1}a_{p,1}$ спроса на (A): это количество q_b товара (B), находящееся в руках держателя (1) данного товара. Вообще говоря, кривые частичного спроса лежат ниже гипербол частичного количества, равно как кривые совокупного спроса — ниже гипербол совокупного количества. В зависимости от того, будет ли варьировать гипербола частичного количества, приближаясь либо удаляясь от начала координат, таким же образом будет варьировать кривая частичного спроса, как это имело бы место под воздействием вариации интенсивных полезностей. В обоих случаях рисунок дает лишь верное отражение этой необходимости.

74. Данный анализ неполон и, на первый взгляд, представляется, что невозможно продолжить его дальше в силу того обстоятельства, что абсолютная полезность по интенсивности ускользает от нас, так как в отличие от экстенсивной полезности и имеющегося количества она не находится — ни со временем, ни с пространством — в прямом и измеримом отношении. Так вот: данная трудность не является непреодолимой.

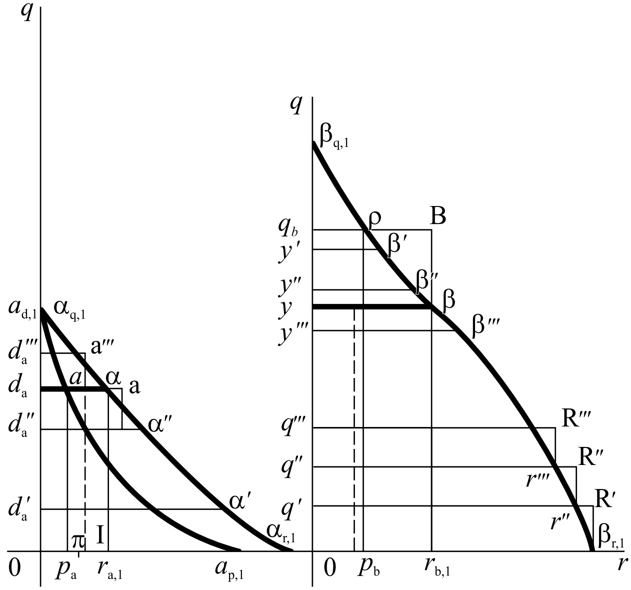
Предположим, что это отношение существует, и мы сможем четко и математически учесть соответственно влияние на цены экстенсивной полезности, интенсивной полезности и имеющегося количества.

Итак, я предполагаю, что существует эталон меры интенсивности потребностей или интенсивной полезности, общий не только для сходных единиц одного и того же вида богатства, но и для различных единиц разных видов богатства. А теперь пусть даны две оси координат (рис. 3), вертикальная O_q и горизонтальная O_r. На первой я наношу, начиная с 0, последовательно длины Oq', $q'q''$, $q''q'''$..., представляющие единицы блага (B), которые держатель (1) потребил бы последовательно за определенное время, если бы он имел их в своем распоряжении. Я предполагаю, что в течение этого времени экстенсивная и интенсивная полезность является постоянной для каждого обменивающегося лица; именно это позволяет мне включать время в выражение полезности лишь имплицитно (в неявном виде). Если бы, напротив, полезность была переменной величиной в зависимости от времени, то оно должно было бы фигурировать в задаче эксплицитно и тогда бы мы перешли от экономической *статики* к *динамике*.

Но все эти последовательные единицы обладают для держателя (1) убывающей интенсивной полезностью, начиная с первой, отвечающей самой неотложной потребности и кончая последней, после потребления которой наступает насыщение; и речь идет о том, чтобы выразить это убывание математически. Если товар (B) потребляется естественным образом единицами («поединично»), как мебель или одежда, то я наношу на вторую ось, O_r, и на параллельные ей прямые из точек q', q''..., начиная с точки 0 и с этих точек q', q''... длины (отрезки) $Ob_{r,1}$, $q'r''$, $q''r'''$..., представляющие *интенсивные полезности* каждой из единиц, о которых идет речь. Я строю прямоугольники $Oq'R'b_{r,1}$, $q'q''R''r''$, $q''q'''R'''r'''$... Таким образом я получаю кривую $b_{r,1}R'r''R''r'''R'''$... Эта кривая дискретна. Если бы товар (B) мог, напротив, потребляться в бесконечно малых количествах, как продукты питания, то интенсивность полезности убывала бы не только от единицы к единице, но и от первой и до последней части каждой единицы, а дискретная кривая $b_{r,1}R'r''R''r'''R'''$... превратилась бы в непрерывную кривую $b_{r,1}r''r'''...b_{q,1}$. Таким же образом я получил бы кривую $a_{r,1}a_{q,1}$ относительно товара (A). В случае непрерывности, как, впрочем, и дискретности, я фактически полагаю, что интенсивности полезности являются убывающими начиная с интенсивности первой единицы или части единицы и кончая интенсивностью последней потребленной единицы или части единицы.

Длины $Ob_{q,1}$, $Oa_{q,1}$ представляют *экстенсивные полезности*, которыми обладают товары (B) и (A) для держателя (1), или экстенсивные потребности данного держателя (1) в товарах (B) и (A). Площади $Ob_{q,1}b_{r,1}$, $Oa_{q,1}a_{r,1}$ представляют *виртуальные* (*потенциальные*) *полезности* товаров (B) и (A) для того же самого держателя, или сумму потребностей — по экстен-

Рис. 3



сивности и по интенсивности — этого держателя в тех же самых товарах. Кривые $a_{r,1}a_{q,1}$, $b_{r,1}b_{q,1}$ есть, таким образом, *кривые полезности* или *потребности* в товарах (А) и (В) для держателя (1). Но это не все, они обладают еще и двойной характеристикой.

75. Если мы назовем *действительной полезностью* общую сумму потребностей, удовлетворенных — по экстенсивности и по интенсивности — *потребленным количеством* товара, то кривая $b_{r,1}b_{q,1}$ была бы кривой действительной полезности как функции от потребленного количества (В) для нашего индивида. Следовательно, для потребленного количества q_b, представленного отрезком Oq_b, действительная полезность была бы представлена площадью $Oq_brb_{r,1}$. А если интенсивность последней потребности, удовлетворенной *потребленным количеством* товара, назвать *редкостью*, то кривая $b_{r,1}b_{q,1}$ была бы кривой редкости как функция от потребленного количества (В) для того же индивида. Таким образом, для потребленного количества q_b, представленного длиной Oq_b, редкость была бы p_b, представленной длиной $q_br = Or_b$. Кривая $a_{r,1}a_{q,1}$ была бы, равным образом, кривой действительной полезности и редкости в зависимости от потребленного количества (А). Вот почему я могу назвать обе оси координат также *осью редкости* и *осью количества*. Повторю еще раз: следует принять допущение, что редкость возрастает, когда имеющееся количество убывает, и наоборот.

Алгебраически, если действительные полезности заданы в виде функции от потребленных количеств уравнениями $u = F_{a,1}(q)$, $u = F_{b,1}(q)$, то редкости были бы даны производными $F'_{a,1}(q)$, $F'_{b,1}(q)$. Или же, если бы редкости были даны как функция от потребленных количеств уравнениями $r = \varphi_{a,1}(q)$, $r = \varphi_{b,1}(q)$, то действительные полезности были бы даны определенными интегралами от 0 до q:

$$\int_0^q \varphi_{a,1}(q)dq\ , \quad \int_0^q \varphi_{b,1}(q)dq$$

Таким образом, u и r были бы связаны как:

$$u = \Phi(q) = \int_0^q \varphi(q)dq\ ,$$

$$r = \Phi'(q) = \varphi(q)\,.$$

76. Если это так, то экстенсивная и интенсивная полезность (A) для держателя (1) товара (B) представлена геометрически непрерывной кривой $\alpha_{r,1}\,\alpha_{q,1}$, а алгебраически — уравнением $r = \varphi_{a,1}(q)$ данной кривой; экстенсивная и интенсивная полезность (B) для него же выражена геометрически непрерывной кривой $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$, а алгебраически — уравнением $r = \varphi_{b,1}(q)$ данной кривой; впрочем, поскольку количество q_b, представленное длиной Oq_b, есть количество (B), которым обладает этот держатель (1), посмотрим, можем ли мы уточнить, каким будет его спрос на товар (A) по какой-либо цене.

Учитывая способ, каким мы построили наши кривые потребности, и свойства, какие мы выявили в них при их построении, можно утверждать, что если бы наш человек сохранил для себя свои q_b единиц (B) с тем, чтобы их все потребить, то он удовлетворил бы общую сумму своих потребностей, представленную площадью $Oq_b\rho\beta_{r,1}$. Но в общем случае данный индивид поступит не так, поскольку обычно он сможет удовлетворить большую общую сумму потребностей, потребив лишь часть своего товара и обменяв излишек на некоторое количество товара (A) по текущей цене. Если, например, при цене p_a (A) в (B) он удержит у себя только y единиц (B), представленных Oy, и обменяет излишек $o_b = q_b - y$, представленный yq_b, на d_a единиц (A), представленных Od_a, он сможет удовлетворить общую сумму потребностей, представленную двумя площадями $Oy\beta\beta_{r,1}$, $Od_a\alpha\alpha_{r,1}$, сумму, которая может быть больше предыдущей. Если предположить, что он производит обмен так, чтобы удовлетворить наибольшую из возможных общую сумму потребностей, то очевидно следующее. Если дана p_a, то d_a определяется тем условием, что совокупность обеих площадей $Oy\beta\beta_{r,1}$, $Od_a\alpha\alpha_{r,1}$ является максимальной. Но это условие состоит в том, чтобы отношение интенсивностей $r_{a,1}$ и $r_{b,1}$ последних удовлетворенных потребностей было бы равно p_a.

77. Предположим, что это условие выполнено, тогда мы имеем одновременно

$$o_b = q_b - y = d_a p_a, \qquad r_{a,1} = p_a r_{b,1}.$$

Отсюда мы выводим, исключая p_a,

$$d_a r_{a,1} = o_b\, r_{b,1},$$

или, заменяя d_a, o_b, $r_{a,1}$, $r_{b,1}$ длинами Od_a, $q_b y$, $d_a a$, yb, которые их представляют,

$$Od_a \times d_a\alpha = q_b y \times y\beta.$$

Таким образом, площади обоих прямоугольников $Od_a\alpha_{r,1}$, $yq_bB\beta$ равны. Но, исходя из природы кривых $\alpha_{r,1}\alpha_{q,1}$, $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$ мы имеем, с одной стороны,

$$\text{площадь} \quad Od_a\alpha\alpha_{r,1} > Od_a \times d_a\alpha,$$

и, с другой,

$$q_b y \times y\beta < \text{площадь } yq_b\rho\beta.$$

$$\frac{o_b}{s} = \frac{d_a}{s} p_a$$

Мы имеем, следовательно,

$$\text{площадь } Od_a\alpha\alpha_{r,1} > \text{площадь } yq_b\rho\beta.$$

Таким образом, обмен количества o_b (B) на количество d_a (A) выгоден для нашего держателя, так как получаемая им «площадь удовлетворения» больше «площади удовлетворения», от которой он отказывается. Но этого недостаточно, и надо показать, что этот же самый обмен выгоднее, чем какой угодно другой обмен меньшего или большего количества (B), чем o_b, на меньшее или большее, чем d_a, количество (A).

78. Для этого представим себе полный обмен o_b товара (B) на d_a (A) как состоящий из s частичных равных и последовательных обменов. Продавая последовательно s раз o_b/s (B) и покупая последовательно s раз d_a/s (A) в соответствии с уравнением обмена

,

наш индивид уменьшил редкость (A) и увеличил редкость (B). Таким образом отношение этих редкостей, которое сначала было больше цены

p_a, стало равным данной цене. Итак, я утверждаю сначала, что в этих условиях все частичные обмены, с первого и до s-го, были выгодны, хотя и все менее и менее выгодны.

Действительно, пусть даны две длины $O'd_a$ и $q_b y'$, нанесенные на Od_a и $q_b y$, одна выше точки 0, другая ниже точки q_b и представляющие одна — количество d_a/s (A), другая — количество o_b/s (B), которые были обменены во время первого частичного обмена. После того как этот первый обмен произведен, сократившееся отношение редкостей остается все еще, по допущению, больше цены, и, обозначая эти редкости через r_a и r_b, мы имеем

$$r_a > p_a r_b\,;$$

что в соответствии с предыдущим уравнением дает

$$\frac{d_a}{s} r_a > \frac{o_b}{s} r_b$$

или, заменяя d_a/s, o_b/s, r_a, r_b на представляющие их длины Od'_a, $q_b y'$, $d'_a\alpha'$, $y'\beta'$,

$$Od'_a \times d'_a\alpha' > q_b y' \times y'\beta'\,.$$

Но в силу природы кривых потребности мы имеем, с одной стороны,

$$\text{площадь}\quad Od'_a\alpha'\alpha_{r,1} > Od'_a \times d'_a\alpha'\,,$$

и, с другой,

$$q_b y' \times y'\beta' > \text{площадь}\; y' q_b \rho\beta'.$$

Мы можем, следовательно, с еще большим основанием утверждать, что

$$\text{площадь}\; Od'_a\alpha'\alpha_{r,1} > \text{площадь}\; y' q_b \rho\beta'\,.$$

Таким образом, первый обмен o_b/s (B) на d_a/s (A) был выгоден. Равным образом можно доказать, что были выгодны и дальнейшие s–2 обмена, произведенные последовательно, и сократившееся после каждого из них отношение редкостей все еще оставалось, по допущению, больше цены. Например, очевидно, что выгода уменьшалась вместе с уменьшением отношения редкостей.

А теперь пусть даны две длины $d_a d''_a$ и yy'', нанесенные на $d_a 0$ и yq_b, одна ниже точки d_a, другая выше точки y и представляющие также одна — количество d_a/s (A), другая — количество o_b/s (B), обмененные во время последнего частичного обмена. После того как произведен этот последний обмен, сократившееся отношение редкостей, по допущению, равно цене, и мы имеем

$$r_{a,1} = p_a r_{b,1};$$

что в соответствии с уравнением обмена дает

$$\frac{d_a}{s} r_{a,1} = \frac{o_b}{s} r_{b,1},$$

или, заменяя d_a/s, o_b/s, $r_{a,1}$, $r_{b,1}$ на представляющие их длины $d_a d''$, yy'', $d_a\alpha$, $y\beta$,

$$d_a d''_a \times d_a\alpha = yy'' \times y\beta.$$

Но в силу природы кривых потребности мы имеем, с одной стороны,

$$\text{площадь } d''_a d_a a a'' > d_a d''_a \times d_a\alpha,$$

и, с другой,

$$yy'' \times y\beta > \text{площадь } yy''\beta''\beta.$$

Мы имеем, следовательно,

$$\text{площадь } d''_a d_a \alpha\alpha'' > \text{площадь } yy''\beta''\beta.$$

Таким образом, последний обмен o_b/s (B) на d_a/s (A) был все еще выгоден. Впрочем, поскольку s можно принять каким угодно большим, то очевидно, что все частичные обмены без исключения, включая последний, каким бы малым мы его ни приняли, были выгодными, хотя и все менее и менее выгодными, начиная с первого и кончая s-ым. Следовательно, не следовало ни предлагать количество (B), меньшее o_b, ни запрашивать количество (A), меньшее d_a.

79. Таким же образом мы могли бы доказать, что не следовало предлагать количество (B), большее o_b, ни запрашивать количество (A), большее d_a, в силу того, что все частичные обмены без исключения, включая первый, каким бы малым мы его ни приняли, все обмены, которые были бы произведены за пределами данных количеств, были бы невыгодными и все более и более невыгодными. Но, сверх того, данное доказательство полностью соответствует тому, которое мы только что дали. Действительно, продолжая уменьшать редкость (A) и увеличивать редкость (B) путем обмена некоторого количества (B) на эквивалентное количество (A), после того как был достигнут предел равенства отношения этих редкостей с ценой p_a, мы приходим к неравенству

$$r_a < p_a r_b,$$

которое может быть выражено в форме

$$r_b > p_b r_a.$$

Но в силу данного выше доказательства очевидно, что в этих условиях мы приближались бы к максимуму удовлетворения, обменивая определенное количество (A) на определенное количество (B) до тех пор, пока не был бы достигнут предел

$$r_{b,1} = p_b r_{a,1},$$

или

$$r_{a,1} = p_a r_{b,1}.$$

80. o_b и o_a — не больше и не меньше — будут, следовательно, теми количествами (B) и (A), которые предложит и запросит держатель (1) товара (B) по цене p_a товара (A) в (B), если эти количества таковы, что мы имеем для них отношение $r_{a,1} = p_a r_{b,1}$.

И, как общее правило: е*сли на рынке даны два товара, то максимальное удовлетворение потребностей, или максимум действительной полезности, имеет место для каждого держателя тогда, когда отношение интенсивностей последних удовлетворенных потребностей, или отношение редкостей, равно цене. До тех пор пока это равенство не достигнуто, обменивающемуся лицу выгодно продавать товар, чья редкость меньше произведения его цены на редкость другого (товара), с тем чтобы покупать тот другой товар, чья редкость больше произведения его цены на редкость первого.*

Может, таким образом, существовать выгода для обменивающегося лица в том, чтобы предложить все количество одного из двух товаров, держателем которого он является, как и не предъявлять спрос ни на какое количество другого товара. Мы вскоре вернемся к этому пункту.

81. Заменим в уравнении

$$r_{a,1} = p_a r_{b,1}$$

$r_{a,1}$, $r_{b,1}$ на их значения и получим

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a \varphi_{b,1}(y) = p_a \varphi_{b,1}(q_b - o_b) = p_a \varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a).$$

Данное уравнение позволяет определить d_a как функцию от p_a. Если предположить, что оно решено по отношению к первой из этих двух переменных, то оно примет форму

$$d_a = f_{a,1}(p_a).$$

Это как раз уравнение кривой $a_{d,1}a_{p,1}$ спроса на (A) в (B) со стороны держателя (1). Данное уравнение было бы, следовательно, математически определенным, если бы таковыми были сами уравнения $r = \varphi_{a,1}(q)$, $r = \varphi_{b,1}(q)$; но поскольку они не таковы, то уравнение $d_a = f_{a,1}(p_a)$ является эмпирическим.

Таким образом решалась бы задача, состоящая в следующем*: определить кривые спроса, если даны два товара (A) и (B) и кривые полезности или потребности в этих двух товарах для каждого из обменивающихся, а также количество, которым обладает каждый из держателей.*

82. Было бы правильно дать формулу решения задачи, используя обычные обозначения анализа бесконечно малых.

Пусть d_a — запрашиваемое количество (A), $o_b = d_a p_a$ — предлагаемое количество (B) по цене p_a товара (A) в (B) и, следовательно, $q_b - o_b$ есть удерживаемое количество (B), тогда имеем

[1] $$d_a p_a + (q_b - o_b) = q_b$$

q_b есть количество, которым обладает держатель.

Пусть, кроме того, $u = F_{a,1}(q)$, $u = F_{b,1}(q)$ уравнения, выражающие действительные полезности (A) и (B) для данного индивида в зависимости от потребленных количеств и, следовательно, $F_{a,1}(d_a) + F_{b,1}(q_b - o_b)$ — общая действительная полезность, которую следует максимизировать. Поскольку производные функций F являются, по существу, убывающими, то искомый максимум будет иметь место для нашего индивида тогда, когда алгебраическая сумма дифференциальных приращений полезности относительно потребленных количеств каждого из двух товаров будет равна нулю, так как если допустить, что эти приращения являются неравными и имеют обратный знак, то будет выгодным запрашивать больше или меньше товара, для которого дифференциальное приращение будет большим или меньшим, предлагая больше или меньше того товара, для которого оно будет меньшим или большим. Следовательно, условие максимального удовлетворения потребностей может быть выражено уравнением

$$F'_{a,1}(d_a)dd_a + F'_{b,1}(q_b - o_b)d(q_b - o_b) = 0.$$

Но, с одной стороны, производные функций действительной полезности относительно потребленных количеств являются не чем иным, как редкостями, с другой, алгебраическая сумма произведений цен товаров в одном из них на дифференциалы потребленных количеств — исходя из уравнения [1] — равна нулю согласно уравнению

$$p_a dd_a + d(q_b - o_b) = 0.$$

Таким образом, мы имеем

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a).$$

Я объясняю дифференцирование для читателей, мало знакомых с ним. Что касается остальных, то они сразу же поймут, что, дифференцируя одно и другое из двух выражений

$$F_{a,1}(d_a) + F_{b,1}(q_b - d_a p_a),$$

$$\int_0^{d_a}\varphi_{a,1}(q)dq + \int_0^{q_b - d_a p_a}\varphi_{b,1}(q)dq,$$

по d_a, получаем

$$\varphi_{a,1}(d_a) - p_a\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a) = 0,$$

или

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a),$$

и что корень данного производного уравнения всегда соответствует максимуму, а не минимуму в силу того, что — поскольку функции $F'_{a,1}(q)$ или $\varphi_{a,1}(q)$, $F'_{b,1}(q)$ или $\varphi_{b,1}(q)$ являются, по существу, убывающими — вторая производная

$$\varphi'_{a,1}(d_a) + p_a 2\varphi'_{b,1}(q_b - d_a p_a)$$

будет неизбежно отрицательной.

83. В нашем доказательстве предполагаются непрерывные кривые потребности; уместно рассмотреть те случаи, когда среди них есть дискретные кривые. Таких случаев три: обмен товара с непрерывной кривой на товар с дискретной кривой; обмен товара с дискретной кривой на товар с непрерывной кривой и обмен товара с дискретной кривой на товар с дискретной кривой. Но поскольку, как мы увидим ниже, выбирается товар, со стоимостью которого соотносят стоимости всех остальных товаров и с помощью которого покупают все остальные и который может и должен быть с непрерывной кривой потребности, то дозволительно ограничиться первым случаем.

Пусть даны, как всегда, $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$ (рис. 3) — кривая полезности (B) для держателя (1) товара (B), q_b — количество (B), которым он обладает.

И пусть дана кривая полезности (A) этого индивида, кривая, ступенчато проходящая через точки a и a‴. Поскольку товар (A) покупается только единицами («по-единично»), а p_a есть его цена в (B), то товар (B) будет продаваться лишь количествами, равными p_a. Если длины $d_a d''_a$ и $d_a d'''_a$ представляют последнюю купленную единицу и первую некупленную единицу (А), а длины yy'' и yy''' представляют последнее проданное количество и первое непроданное количество (B), в то время как обменивающееся лицо достигло максимального удовлетворения, то мы имеем два неравенства

$$\text{площадь } yy''\beta''\beta < d_\text{a}\,\text{a},$$

$$\text{площадь } yy'''\beta'''\beta > d'''_\text{a}\,\text{a}'''.$$

Обозначим через m'' и m''' две промежуточные длины, одна между $y\beta$ и $y''\beta''$, другая — между $y\beta$ и $y'''\beta'''$ так, что, перемножая их на $yy'' = yy''' = p_\text{a}$, мы получим две площади, равные $yy''\beta''\beta$ и $yy'''\beta'''\beta$, которые будут средними интенсивностями полезности последнего проданного количества и первого непроданного количества (B); мы можем сформулировать оба неравенства, определяющие вместе спрос на (A), d_a, в виде

$$d_\text{a}\,\text{a} = p_\text{a} m'' + \varepsilon'',$$

$$d'''_\text{a}\,\text{a}''' = p_\text{a} m''' - \varepsilon'''.$$

Из этих двух уравнений легко выводится

$$\frac{d_\text{a}\text{a} + d'''_\text{a}\text{a}'''}{m'' + m'''} = p_\text{a} + \frac{\varepsilon'' - \varepsilon'''}{m'' + m'''}\,.$$

Но $m'' + m'''$ — количество, очень близкое $2yb$, а $(\varepsilon'' + \varepsilon''')/(m'' + m''')$ является достаточно малым количеством. Таким образом, не хватает совсем немного, чтобы иметь

$$\frac{d_\text{a}\text{a} + d'''_\text{a}\text{a}'''}{2y\beta} = p_\text{a}\,.$$

Таким образом: *в случае обмена товара с непрерывной кривой потребности на товар с дискретной кривой потребности, когда имеет место максимальное удовлетворение, отношение средней интенсивности последней удовлетворенной потребности и первой неудовлетворенной потребности в купленном товаре к интенсивности последней удовлетворенной потребности в проданном товаре является примерно равным цене.*

Мы говорим «примерно», так как не только произведение $p_\text{a} \times y\beta$ цены (A) в (B) на интенсивность последней удовлетворенной потребности в (B) может быть не равной средней интенсивностей последней удовлетворенной и первой неудовлетворенной потребности в (A), но оно может быть даже или больше, или меньше каждого из этих двух количеств. Действительно, мы имеем с необходимостью

$$\text{площадь } yy''\beta''\beta < p_\text{a} \times y\beta$$

и

$$d_a a > \text{площадь } yy''\beta''\beta\ ;$$

но не обязательно

$$d_a a > p_a \times y\beta\ ,$$

и, если мы имеем, напротив,

$$d_a a < p_a \times y\beta\ ,$$

$d_a a$ и $d'''_a a'''$, которое $< d_a a$, то они оба меньше $p_a \times y\beta$. Мы также имеем обязательно

$$\text{площадь } yy'''\beta'''\beta > p_a \times y\beta$$

и

$$d'''_a a''' < \text{площадь } yy'''\beta'''\beta$$

но не обязательно

$$d'''_a a''' < p_a \times y\beta$$

и, если мы имеем, напротив,

$$d'''_a a''' > \mathrm{p_a} \times \mathrm{y}\beta$$

$d'''_a a'''$ и $\mathrm{d_a a}$, которое $> d'''_a a'''$, то они оба больше $p_a \times y\beta$.

84. Вернемся к обоим неравенствам.

$$\text{площадь } yy''\beta''\beta < d_a a, \qquad \text{площадь } yy'''\beta'''\beta > d'''_a a'''.$$

Когда p_a уменьшается , то обе первые части этих неравенств уменьшаются. Первое неравенство не нарушается; но наступает момент, когда второе меняет знак и когда d_a увеличивается по меньшей мере на единицу. Когда p_a возрастает, то обе первые части неравенств возрастают. Второе неравенство не нарушается, но наступает момент, когда первое меняет знак и когда d_a уменьшается по крайней мере на единицу. Кривая спроса на (A) является, таким образом, одновременно убывающей и дискретной.

Аналитически, если объявлена некоторая цена (A) в (B), p_a, в зависимости от того, что наш индивид предъявит спрос на 1, 2... единиц (A), отвечающих интенсивным потребностям r_1, r_2.., и обеспечит себе таким путем действительные полезности (A), измеряемые теми же самыми количествами r_1, r_2..., то он удержит для себя количества $q_b - p_a$, $q_b - 2p_a$... (B) и откажется от действительных полезностей (B), измеряемых значением определенных интегралов

$$\int_{q_b - p_a}^{q_b} \varphi_{b,1}(q)dq, \int_{q_b - 2p_a}^{q_b - p_a} \varphi_{b,1}(q)dq \ldots$$

А спрос d_a, который обеспечит максимальное удовлетворение, будет определяться совокупностью обоих неравенств

$$\int_{q_b - d_a p_a}^{q_b - (d_a - 1)p_a} \varphi_{b,1}(q)dq < r_{d_a},$$

$$\int_{q_b - (d_a + 1)p_a}^{q_b - d_a p_a} \varphi_{b,1}(q)dq < r_{d_a + 1}.$$

Так определяется математически d_a для любого значения p_a и строится убывающая и дискретная кривая спроса на (A) в (B) как функция от цены.

Урок 9

Обсуждение кривых спроса. Общая формула математического решения задачи обмена двух товаров друг на друга

Содержание: 85. Спрос при нулевой цене; он равен экстенсивной полезности. 86. Цена, при которой спрос на (A) равен нулю. 87. Цена, при которой предложение (B) равно имеющемуся количеству: пересечение гиперболы имеющегося количества и кривой спроса. 89. Гипербола — кривая спроса между точками пересечения. 90. Уменьшение имеющегося количества. 91. Увеличение. 92. Общий случай — случай одного держателя обоих товаров. Два уравнения или кривые частичного действительного спроса. 93, 94, 95. Уравнение или кривая спроса на каждый товар — это также уравнение или кривая спроса на тот же товар в зависимости от цены. 96. Общая система уравнений намерений к торгу в случае обмена двух товаров друг на друга. 97, 98. Решение уравнений.

85. Поскольку уравнение частичного спроса

$$d_a = f_{a,1}(p_a)$$

является не чем иным, как уравнением

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a),$$

которое предполагается решенным относительно d_a, мы можем обсудить его в этом последнем виде.

Сделаем сначала $p_a = 0$, тогда уравнение сводится к

$$\varphi_{a,1}(d_a) = 0$$

корень которого — $d_a = \alpha_{q,1} = Oa_{d,1.}$

Итак: *если на рынке даны два товара, то, когда цена одного из них равна нулю, количество этого товара, запрашиваемое каждым держателем другого, равно количеству, необходимому для удовлетворения всех потребностей вдоволь, или экстенсивной полезности.*

Так и должно, действительно, быть (§ 71). Кривая $a_{d,1}a_{p,1}$ начинается из точки $a_{q,1}$.

86. Положим теперь в уравнении спроса $d_a = 0$, получим

$$\varphi_{a,1}(0) = p_a\varphi_{b,1}(q_b),$$

уравнение, корень которого есть $p_a = \dfrac{\varphi_{a,1}(0)}{\varphi_{b,1}(q_b)} = \dfrac{\alpha_{r,1}}{\rho_b} = Oa_{p,1}$.

Итак: *количество одного из двух товаров, запрашиваемое держателем* *другого (товара), равно нулю, если только цена этого товара равна или больше отношения интенсивности максимальной потребности в нем к интенсивности последней потребности, которая может быть удовлетворена имеющимся количеством товара, предлагаемого в обмен.*

Действительно, именно это должно иметь место, так как в этом случае последний элемент (B), например o_b/s, потребляемый держателем (1), приносит ему удовлетворение $(o_b/s)\rho_b$, а тот же самый элемент, обмененный на d_a/s (A) по цене p_a, принесет ему удовлетворение всего лишь $(d_a/s)a_{r,1} = o_b a_{r,1}/sp_a$, равное или меньшее, чем первое.

87. Выявив ценовое условие, необходимое для того, чтобы наш держатель (1) товара (B) не предъявлял спроса на (A), попробуем выявить условие, необходимое для того, чтобы он не удерживал (B) для себя. В уравнении

[1] $$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a),$$

надо сделать

[2] $$d_a p_a = q_b.$$

Тогда оно становится

[3] $$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a\varphi_{b,1}(0),$$

уравнением, чей корень есть $p_a = \dfrac{\varphi_{a,1}(d_a)}{\varphi_{b,1}(0)} = \dfrac{\rho_a}{\beta_{r,1}}$.

Итак: *количество одного из двух товаров, предлагаемое держателем этого товара, равно имеющемуся количеству, когда цена запрашиваемого товара равна или меньше отношения интенсивности последней потребности, которая может быть удовлетворена этим товаром, к интенсивности максимальной потребности в предлагаемом товаре.*

Именно это также должно иметь место, так как в этом случае первый элемент (B), например o_b/s, потребляемый держателем (1), принесет ему всего лишь удовлетворение $o_b/s\beta_{r,1}$, а тот же самый элемент, обмененный на d_a/s (A) по цене p_a, принесет ему удовлетворение $d_a\rho_a/s = o_b\rho_a/sp_a$, равное или большее, чем первое.

88. Умножив соответственно левые и правые части двух уравнений [2] и [3] и разделив каждую часть на p_a с тем, чтобы исключить это последнее количество, получим

$$d_a\varphi_{a,1}(d_a) = q_b\varphi_{b,1}(0),$$

или же, заменяя q_{b} и $\varphi_{\mathrm{b},1}(0) = \beta_{\mathrm{r},1}$ на длины Oq_{b}, $O\beta_{\mathrm{r},1}$, которые их представляют

$$d_{\mathrm{a}}\varphi_{\mathrm{a},1}(d_{\mathrm{a}}) = Oq_{\mathrm{b}} \times O\beta_{\mathrm{r},1}.$$

Это уравнение выражает следующее условие: ч*тобы предложение одного из двух товаров могло быть равно имеющемуся количеству данного товара, необходимо, чтобы в кривую потребности в запрашиваемом товаре можно было вписать прямоугольник, равный по площади прямоугольнику, высота которого равна имеющемуся количеству предлагаемого товара, а основание — интенсивности максимальной потребности в этом товаре*.

Но это условие выполняется не всегда; так, оно не выполняется в нашем примере. Впрочем, его можно заменить другим. Совокупность двух уравнений [1] и [2] представляет собой, в конечном счете, пересечение гиперболы имеющегося количества (B), $d_{\mathrm{a}}p_{\mathrm{a}} = q_{\mathrm{b}}$, с кривой частичного спроса на (A), $d_{\mathrm{a}} = f_{\mathrm{a},1}(p_{\mathrm{a}})$. Эти две кривые пересекаются не всегда: в частности, они не пересекаются в случае с нашим держателем.

89. Данное замечание влечет за собой другое, крайне важное. Предположим, что удовлетворяется сформулированное выше условие и что кривая спроса пересекается с гиперболой имеющегося количества в точках q'_{b} и q''_{b}(Рис. 1). Предложение (B) было бы равно имеющемуся количеству q_{b} при ценах, представленных абсциссами точек q'_{b} и q''_{b}. Это равенство имело бы также место при промежуточных ценах. Даже, исходя из комбинации уравнений или кривых, представляется, что при промежуточных ценах предложение (B) должно было бы быть больше имеющегося количества q_{b}. Но поскольку держатель не может предложить больше, чем имеет, надо, естественно, ввести такое ограничение, что $q_{\mathrm{b}} - d_{\mathrm{a}}p_{\mathrm{a}}$ не может быть отрицательным количеством, а это можно сделать, сформулировав условие в следующих терминах: — *Чтобы предложение одного из двух товаров могло быть равным имеющемуся количеству, необходимо, чтобы гипербола данного имеющегося количества данного товара пересекалась с кривой спроса на другой товар. Гипербола количества есть кривая спроса между двумя точками пересечения.*

90. Если кривые $\alpha_{\mathrm{r},1}\alpha_{\mathrm{q},1}$, $\beta_{\mathrm{r},1}\beta_{\mathrm{q},1}$ (рис. 3) не изменяются, а q_{b} начинает уменьшаться, то ρ_{b} возрастает и, следовательно, $\alpha_{\mathrm{r},1}/\rho_{\mathrm{b}} = Oa_{\mathrm{p},1}$ уменьшается. Когда $q_{\mathrm{b}} = 0$, $r_{\mathrm{b}} = \beta_{\mathrm{r},1}$, то отношение $\alpha_{\mathrm{r},1}/\rho_{\mathrm{b}}$ совпадает с $\alpha_{\mathrm{r},1}/\beta_{\mathrm{r},1} = O\pi$. В этом случае кривая спроса $a_{\mathrm{d},1}\alpha_{\mathrm{p},1}$ совпадает с частью осей координат $a_{\mathrm{d},1}O\pi$.

Итак: *если полезность двух товаров не меняется для держателя одного из них, если имеющееся количество этого товара начинает уменьшаться, то точка пересечения кривой спроса на первый товар с осью цен прибли-*

жается к началу координат. Когда это имеющееся количество равно нулю, кривая спроса сливается с частью осей координат, образованной — по оси спроса — экстенсивной полезностью запрашиваемого товара, а по оси цен — отрезком, равным отношению интенсивностей максимальных потребностей в обоих товарах.

91. Напротив, если q_b начинает возрастать, то ρ_b уменьшается и, следовательно, $\alpha_{r,1}/\rho_b = Oa_{p,1}$ возрастает. Когда $q_b = \beta_{q,1}$, $\rho_b = 0$, отношение $\alpha_{r,1}/\rho_b$ становится бесконечным. Тогда точка $a_{p,1}$ бесконечно удалена от точки 0.

Таким образом: е*сли полезность обоих товаров не изменяется для держателя одного из них и если имеющееся количество этого последнего товара начинает возрастать, то точка пересечения кривой спроса на первый товар с осью цен удаляется от начала координат. С того момента, когда это имеющееся количество равно экстенсивной полезности, кривая спроса асимптотически приближается к оси цен.*

Мы прекрасно понимаем, что так и должно быть. Впрочем, ясно, насколько мы были правы, отказавшись судить раньше времени о форме кривых совокупного спроса (§ 55). Сейчас мы могли бы утверждать, что они всегда пересекают ось спроса, так как ни один товар не имеет бесконечной совокупной экстенсивной полезности. Но что касается асимптотического стремления кривой спроса к оси цен, то его следует рассматривать как обычный и частый факт, поскольку он имеет место, если только среди держателей одного из товаров есть один, обладающий этим товаром в количестве, достаточном для полного удовлетворения всех его потребностей. Отсюда следует, что кривые полного предложения начинаются часто от начала координат*.

92. До сих пор мы постоянно предполагали, что все наши обменивающиеся лица были держателями только одного товара: товара (A) или товара (B). Надо, однако, учесть тот особый случай, когда один и тот же индивид является держателем обоих товаров (A) и (B), и выразить математически его намерения к торгу. Это надо сделать с тем большим основанием, что, в конечном счете, именно этот второй случай является об-

* Данное обсуждение кривых спроса и предложения могло бы быть с пользой для дела дополнено доказательством (выводимым из убывания кривых полезности) следующего двоякого факта, — первого, выдвинутого в виде постулата (§ 48), и второго, выведенного из первого (§ 49) и состоящего в том, что кривая спроса — всегда убывающая, а кривая предложения последовательно возрастает от нуля и затем убывает до нуля (в бесконечности) с ростом цены. Читатель найдет оба эти доказательства, данные для общего случая, т.е. для случая обмена некоторого числа товаров друг на друга и с участием держателей нескольких товаров, в приложении I: Геометрическая теория определения цен, § 1. Об обмене нескольких товаров друг на друга.

щим, от которого мы приходим к первому, предполагая равным нулю одно из двух наличных количеств. Мы не стали это вводить в задачу обмена двух товаров друг на друга с самого начала из-за возможного усложнения наших рассуждений. Но теорема максимального удовлетворения позволяет теперь рассмотреть его простым и легким образом.

Итак, предположим, что держатель (1) товара (B), потребности которого в (A) и (B) все также выражаются двумя уравнениями $r = \varphi_{a,1}(q)$, $r = \varphi_{b,1}(q)$ кривых потребностей $\alpha_{r,1}\alpha_{q,1}, \beta_{r,1}\beta_{q,1}$, вместо того, чтобы прийти на рынок с нулевым количеством (A) и с количеством q_b (B), представленным Oq_b (рис. 3), является на него с количеством $q_{a,1}$ (A), представленном $Oq_{a,1}$ (рис. 4) и количеством $q_{b,1}$ (B), представленным $Oq_{b,1}$; а теперь попробуем выразить его спрос на (B) в зависимости от цены p_b и его спрос на (A) в зависимости от цены p_a.

Если при цене p_b товара (B) в (A), представленной длиной $q_{b,1}p_b$, он спрашивает количество d_b (B), представленное длиной $q_{b,1}d_b$, то он должен будет предложить количество o_a (A), представленное длиной $q_{a,1}o_a$, причем такое, чтобы величины p_b, d_b и o_a были связаны уравнением

$$o_a = d_b p_b.$$

Так как интенсивность его последней удовлетворенной потребности в (B) есть r_b, представленная длиной $d_b\beta$, а интенсивность его последней удовлетворенной потребности в (A) есть r_a, представленная длиной $o_a\alpha$, то по теореме максимального удовлетворения мы получим (§ 80)

$$r_b = p_b r_a,$$

или, заменяя r_b и r_a на их значения,

$$[4] \qquad \varphi_{b,1}(q_{b,1} + d_b) = p_b\varphi_{a,1}(q_{a,1} - o_a) = p_b\varphi_{a,1}(q_{a,1} - d_b p_b),$$

уравнение кривой $b_{d,1}b_{p,1}$ спроса на (B) как функции от цены (B) в товаре (A), построенной в осях $q_{b,1}q$, $q_{b,1}p$.

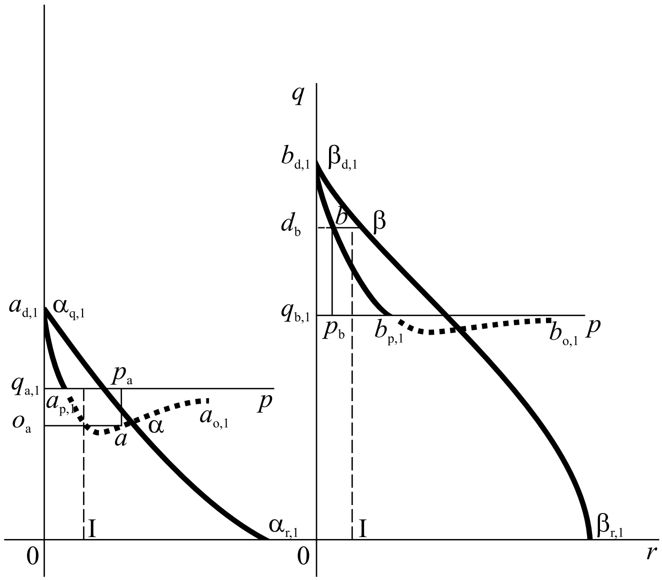
Равным образом, если при цене p_a товара (A) в (B) наш человек спрашивает количество d_a (A), то он должен будет предложить количество o_b (B), причем такое, чтобы величины p_a, d_a и o_b были связаны уравнением

$$o_b = d_a p_a.$$

Так как интенсивность его последней удовлетворенной потребности в (A) есть r_a, а интенсивность его последней удовлетворенной потребности в (B) есть r_b, то мы получим

$$r_a = p_a r_b,$$

Рис. 4



или

[5] $$\varphi_{a,1}(q_{a,1} + d_a) = p_a\varphi_{b,1}(q_{b,1} - o_b) = p_a\varphi_{b,1}(q_{b,1} - d_a p_a),$$

уравнение кривой $a_{d,1}a_{p,1}$ спроса на (A) как функции от цены (A) в товаре (B), постороенной в осях $q_{a,1}q$, $q_{a,1}p$.

93. Обсуждение двух уравнений [4] и [5] для разных случаев — спроса по нулевой цене, цены при нулевом спросе, предложения, равного наличному количеству, уменьшения или увеличения наличных количеств — будет совершенно аналогичным приведенному выше. Поэтому я не буду этого делать, за исключением особого пункта, который важно отметить.

Если в уравнении [4] принять $d_b = 0$, то оно становится

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1}) = p_b\varphi_{a,1}(q_{a,1}).$$

Поскольку мы имеем, как и раньше, отношение $p_a p_b = 1$, то данное уравнение может быть выражено в форме

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1}) = p_a\varphi_{b,1}(q_{b,1}).$$

Мы могли бы также получить его, принимая в уравнении [5] $d_a = 0$.

Таким образом: *если спрос на один из двух товаров при некоторой цене равен нулю, то спрос на другой товар также равен нулю при соответствующей цене*.

94. Но данная теорема соответствует более общей теореме.

Чтобы преобразовать уравнение [4] спроса на (B) как функцию от цены (B) в (A) в уравнение предложения (A) как функцию от цены (A) в (B), достаточно заменить в нем d_b на $o_a p_a$, а p_b на $1/p_a$. Тем самым оно станет

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1} - o_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_{b,1} + o_a p_a),$$

уравнение, являющееся не чем иным, как уравнением [5], в котором d_a заменено на $(-o_a)$. Таким образом, уравнение [5] спроса на (A) есть уравнение предложения (A) при отрицательных значениях d_a. Равным образом можно доказать, что уравнение [4] спроса на (B) есть уравнение предложения (B) при отрицательных значениях d_b. Однако, поскольку цены, по существу, положительны, то когда d_b положительно, то $o_a = d_b p_b$ положительно и, следовательно, $d_a = -o_a$ отрицательно; а когда d_b отрицательно, то $o_a = d_b p_b$ отрицательно и, следовательно, $d_a = -o_a$ положительно. Равным образом можно было бы доказать, что когда d_a положительно, то d_b отрицательно, а когда d_a отрицательно, d_b положительно.

Итак: *если спрос на один из двух товаров при некоторой цене положителен, то при соответствующей цене спрос на другой товар отрицателен, или его предложение положительно.*

Действительно, держатель обоих товаров может предъявлять спрос на один из них лишь при условии, что он предлагает другой (товар), и обратно. Отсюда следует, что если он не спрашивает и не предлагает никакого количества одного из них, то он не предлагает и не запрашивает никакого количества другого (товара). Это, как нетрудно признать, тот случай, когда — при равенстве соотношения редкостей двух товаров точно цене одного из них в другом — имеет место максимум действительной полезности.

95. Кривые являются, таким образом, кривыми спроса от точки $a_{d,1}$ до точки $a_{p,1}$ и от точки $b_{d,1}$ до точки $b_{p,1}$, а точки $a_{p,1}$, $b_{p,1}$ являются взаимосвязанными (обратными). А в части, обозначенной на рисунке пунктиром и лежащей ниже осей $q_{a,1}p$, $q_{b,1}p$, кривые являются кривыми предложения от точки $a_{p,1}$ до точки $a_{o,1}$ и от $b_{p,1}$ до $b_{o,1}$. Взятые в целом относительно оси Or, каждая из них является кривой совокупного количества — сохраненного у себя и полученного — каждого из двух товаров в зависимости от цены. Она имеет минимум, соответствующий максимальному предложению в обмен другого товара.

96. Коротко говоря, если мы просто обозначим через x_1 и y_1 количества, положительные либо отрицательные, товара (A) и (B), которые обменивающееся лицо (1) будет в зависимости от цены добавлять к количествам $q_{a,1}$, $q_{b,1}$ этих товаров, держателем которых он является, то намерения к торгу данного индивида будут вытекать из двух уравнений обмена и максимального удовлетворения

$$x_1 v_a + y_1 v_b = 0,$$

$$\frac{\varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1)}{\varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1)} = \frac{v_a}{v_b}$$

в которых можно исключить y_1, чтобы получить x_1 как функцию от p_a, или исключить x_1, чтобы получить y_1 как функцию от p_b. Полученные таким путем формулы

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1) = p_a \varphi_{b,1}(q_{b,1} - x_1 p_a),$$

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} - y_1 p_b),$$

являются общими формулами, которые могут быть должным образом развернуты, чтобы выразить намерения к торгу того же самого индивида в случае обмена нескольких товаров друг на друга.

Существенно важно отметить, что первое из этих уравнений — для значений p_a, делающих отрицательный x_1 больше $q_{a,1}$, должно быть заменено уравнением $x_1 = -q_{a,1}$, в этом случае y_1 будет задано уравнением $y_1 p_b = q_{a,1}$; равным образом второе уравнение — для значений p_b, делающих отрицательный y_1 больше $q_{b,1}$, — должно быть заменено уравнением $y_1 = -q_{b,1}$, в этом случае x_1 будет задано уравнением $x_1 p_a = q_{b,1}$.

97. Эти уравнения, решенные относительно x_1 и y_1, и расположенные должным образом, чтобы удовлетворить предшествующему ограничению, примут форму:

$$x_1 = f_{a,1}(p_a), \qquad y_1 = f_{b,1}(p_b).$$

Таким же образом, чтобы выразить намерения к торгу обменивающихся лиц (2), (3) ..., мы будем иметь

$$\begin{array}{ll} x_2 = f_{a,2}(p_a), & y_2 = f_{b,2}(p_b), \\ x_3 = f_{a,3}(p_a), & y_3 = f_{b,3}(p_b), \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array}$$

А равенство действительных предложения и спроса по каждому из двух товаров (A) и (B) будет выражаться уравнениями:

$$X = f_{a,1}(p_a) + f_{a,2}(p_a) + f_{a,3}(p_a) + \ldots = F_a(p_a) = 0,$$

$$Y = f_{b,1}(p_b) + f_{b,2}(p_b) + f_{b,3}(p_b) + \ldots = F_b(p_b) = 0.$$

p_a можно, например, получить из первого уравнения, тогда p_b будет определено из уравнения

$$p_a p_b = 1;$$

и это значение p_b будет с необходимостью удовлетворять второму уравнению в силу того, что мы имеем, естественно,

$$Xv_a + Yv_b = 0,$$

откуда следует, что, если $F_a(p_a) = 0$ при определенном значении p_a, то $F_b(p_b) = 0$ при соответствующем значении p_b.

Это решение является аналитическим. Ему можно придать геометрический вид. Сумма положительных x даст кривую спроса на (A), а сумма положительных y даст кривую спроса на (B). Из этих двух кривых спроса выводятся обе кривые предложения двух товаров, которые являются, впрочем, не чем иным, как суммами отрицательных x и y, взятых с положительным знаком. Пересечение кривых определяет текущие цены.

98. Таким будет математическое решение. А решение на рынке будет происходить следующим образом.

После того, как «выкрикнуты» две какие-либо взаимосвязанные цены p_a и p_b, то $x_1, x_2, x_3 \ldots y_1, y_2, y_3 \ldots$ будут определяться без каких-либо расчетов, но тем не менее в соответствии с условием максимального удовлетворения. Тем самым будут определены X и Y. Если мы будем иметь X = 0, то У также будет равен 0, а цены будут равновесными. Но обычно мы будем иметь X $\gtreqless$ 0 и, следовательно, Y $\gtreqless$ 0. Первое неравенство может быть выражено в форме

$$D_a \gtreqless O_a,$$

если обозначить через D_a сумму положительных x и через O_a сумму отрицательных x, взятых с положительным знаком. Речь идет о том, чтобы сделать D_a равным O_a.

Что касается D_a, то это количество положительно при $p_a = 0$; оно стремится к нулю, если p_a растет; оно равно нулю при определенном значении p_a, заключенном между нулем и бесконечностью. Что касается O_a, то это количество равно нулю при $p_a = 0$ и даже при некоторых положительных значениях p_a; затем оно растет, если растет p_a, но не бесконечно: оно проходит, по меньшей мере, через один максимум, затем уменьшается , если p_a продолжает расти; и оно равно нулю при $p_a = \infty$. В этих условиях — если только D_a не становится равным нулю до того, как O_a перестало быть нулевым, случай, при котором нет решения — существует некоторое значение p_a, при котором O_a и D_a равны. Чтобы найти это значение, надо увеличивать p_a, если $D_a > O_a$, и уменьшать p_a, если $D_a < O_a$. Мы узнаём здесь закон действительных предложения и спроса.

Урок 10

О редкости, или причине меновой стоимости

Содержание: 99. Аналитическое определение обмена двух товаров друг на друга. 100. Пропорциональность меновых стоимостей редкостям. Замечание, относящееся к случаю дискретных кривых потребности. Замечание, относящееся к случаю нулевого спроса или предложения, равного имеющемуся количеству. 101. Редкость, причина меновой стоимости. Меновая стоимость, факт относительный; редкость, факт абсолютный. Есть только индивидуальные редкости. Средняя редкость. 102. Изменение цен двух товаров, выраженных одна через другую; четыре причины изменения цен; возможность проверки этих причин. 103. Закон изменения равновесных цен

99. Кривые полезности и имеющиеся во владении количества — таковы, следовательно, необходимые и достаточные элементы установления текущих, или равновесных, цен. Из этих элементов следуют математически в первую очередь кривые частичного и совокупного спроса в силу того обстоятельства, что каждый держатель стремится получить максимальное удовлетворение своих потребностей. А из кривых частичного и совокупного спроса следуют математически, во вторую очередь, текущие, или равновесные, цены в силу того обстоятельства, что на рынке должна быть лишь одна цена — цена, при которой действительный совокупный спрос равен действительному совокупному предложению, говоря иначе: в силу того, что каждый должен получить пропорционально тому, что он отдает, или отдать пропорционально тому, что получает.

Таким образом: *обмен двух товаров друг на друга на рынке, подчиненном действию свободной конкуренции, есть операция, посредством которой все держатели либо одного, либо другого из двух товаров могут получить наибольшее удовлетворение своих потребностей,при этом выполняется условие, что они отдают продаваемого ими товара и получают покупаемого товара в общей и одинаковой пропорции.*

Основной предмет теории общественного богатства состоит в том, чтобы обобщить данную теорему и показать, что она приложима к обмену нескольких товаров, как и к обмену двух товаров друг на друга, и что она приложима к свободной конкуренции как в области производства, так и обмена. Основной предмет теории производства общественного богатства состоит в том, чтобы извлечь из этого следствия и показать, как отсюда выводится правило организации сельскохозяйственного производства, обрабатывающей промышленности и коммерции*. Поэтому можно сказать, что она содержит в себе всю чистую и прикладную политическую экономию.

* В оригинале — сельскохозяйственной, обрабатывающей и торговой индустрии; индустрия — в данном выше Вальрасом понимании (урок 4). — *Прим. перев.*

100. Пусть v_a и v_b меновые стоимости товаров (A) и (B), соотношения которых образуют текущие равновесные цены, пусть $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, $r_{a,2}$, $r_{b,2}$, $r_{a,3}$, $r_{b,3...}$ редкости этих товаров, или интенсивности последних удовлетворенных потребностей у обменивающихся лиц (1), (2), (3) . . . после обмена; тогда, согласно теореме максимального удовлетворения, мы имеем для обменивающегося лица (1)

$$, \qquad \frac{r_{b,1}}{r_{a,1}} = p_b\,;$$

для обменивающегося лица (2)

$$\frac{r_{a,2}}{r_{b,2}} = p_a\,, \qquad \frac{r_{b,2}}{r_{a,2}} = p_b\,;$$

для обменивающегося лица (3)

$$\frac{r_{a,3}}{r_{b,3}} = p_a\,, \qquad \frac{r_{b,3}}{r_{a,3}} = p_b\,;$$

и так далее. Таким образом, мы имеем

$$p_a = \frac{r_{a,1}}{r_{b,1}} = \frac{r_{a,2}}{r_{b,2}} = \frac{r_{a,3}}{r_{b,3}} = \ldots$$

$$\frac{r_{a,1}}{r_{b,1}} = p_a$$

$$p_b = \frac{r_{b,1}}{r_{a,1}} = \frac{r_{b,2}}{r_{a,2}} = \frac{r_{b,3}}{r_{a,3}} = \ldots$$

что можно также выразить следующим образом:

$$\begin{array}{c} v_a : v_b \\ \begin{bmatrix} r_{a,1} : r_{b,1} \\ r_{a,2} : r_{b,2} \\ r_{a,3} : r_{b,3} \end{bmatrix} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \end{array}$$

Следует заметить, что если речь идет о товарах, потребляющихся естественным образом по единицам и чьи кривые потребности дискретны, то в таблицах редкостей мы должны проставлять (подчеркивая их в целях различения) пропорциональные члены, которые, как мы видели (§ 83), весьма близки к средним интенсивностей последних удовлетворенных и первых неудовлетворенных потребностей.

Возможно также, что в одном или нескольких соотношениях редкостей один из двух членов отсутствует. Так, возможно, например, что держатель (2) при цене p_a не предъявит спроса на (A); тогда для него не будет редкости (A), так как не будет удовлетворенной потребности, и член $r_{a,2}$ должен быть заменен на член $p_a r_{b,2}$, превышающий интенсивность $a_{r,2}$ первой испытываемой этим держателем потребности в (A) (§ 86). Возможно также, например, что держатель (3) при цене p_a предъявит спрос на (A) по любой цене, т.е. предложит имеющееся у него количество (B); тогда для него не будет редкости (B), так как не будет удовлетворенной потребности, и член $r_{b,3}$ должен быть заменен на член $p_b r_{a,3}$, превышающий интенсивность $b_{r,3}$ первой испытываемой этим держателем потребности в (B) (§ 87). Можно было бы условиться проставлять эти члены $p_a r_{b,2}$, $p_b r_{a,3}$ в вышеуказанные таблицы, заключая их в скобки, что равнозначно определению редкости: интенсивности последней потребности, которая *удовлетворена* или *должна быть удовлетворена*.

Принимая во внимание сделанное замечание, можно сформулировать следующую теорему:

Текущие, или равновесные, цены равны отношениям редкостей.

Или иначе:

меновые стоимости пропорциональны редкостям.

101. Здесь мы подошли — в том, что касается обмена двух товаров друг на друга — к цели, которую мы поставили перед собой в начале разработки математической теории обмена (§ 40) и состоявшей в том, чтобы прийти к редкости, исходя из меновой стоимости, вместо того, чтобы прийти к меновой стоимости, исходя из редкости, как мы это проделали в первом разделе, посвященном предмету и подразделениям политической и общественной экономии. Действительно, редкость в том виде, как она представлена здесь, т.е. как интенсивность последнего удовлетворенного желания, строго совпадает с редкостью, определенной нами ранее (§ 21) с помощью двойного условия полезности и количественной ограниченности. Не может быть последней удовлетворенной потребности, если нет потребности, если у товара нет ни экстенсивной, ни интенсивной полезности, если он *бесполезен*. И интенсивность последнего удовлетворенного желания была бы нулевой, если бы товар, имеющий, впрочем, кривую полезности, имелся в количестве, превышающем экстенсивную полезность, если бы он был *не ограничен по количеству*. Наша нынешняя редкость — это, следовательно, та же самая редкость, что и раньше. С тем лишь добавлением, что она представлена как величина, поддающаяся количественной оценке, и что меновая стоимость не только неизбежно сопровождает ее, но и обязательно пропорциональна ей, как это имеет место для веса по отношению к массе. Итак, если очевидно, что редкость и меновая стоимость есть два явления, сопровождающих друг друга и пропорциональных, очевидно, что редкость есть причина меновой стоимости.

Меновая стоимость, как и вес, является фактом *относительным*; редкость, как и масса, является фактом *абсолютным*. Если бы из двух имеющихся в наличии товаров (А) и (В) один стал бесполезным или же, оставаясь полезным, стал количественно неограниченным, то он перестал бы быть редким и не имел бы более меновой стоимости. В этом случае и другой (товар) перестал бы иметь меновую стоимость, но не перестал бы быть редким; он стал бы даже более или менее редким, он обладал бы той или иной определенной редкостью для каждого из тех, кто был бы его держателем.

Я говорю «для каждого из тех, кто был бы его держателем». И, действительно, важно еще раз это отметить: не существует ничего, что было бы *редкостью* товара (А) или товара (В), ничего, следовательно, что было бы отношением редкости (А) к редкости (В) или отношением редкости (В) к редкости (А); то, что есть, так это *редкости* (А) и (В) для держателей (1), (2), (3)... данных товаров и соотношения редкостей (А) к редкостям (В) или редкостей (В) к редкостям (А) для этих держателей. Редкость *персональна* или *субъективна*; меновая стоимость *реальна* или *объективна*. И только в том, что касается того или иного индивида, можно — строго уподобляя *редкость, действительную полезность* и *имеющееся количество*, с одной стороны, *и скорость, пройденное расстояние* и затраченное *для пробега время*, с другой — определить редкость: *величина, производная от действительной полезности по имеющемуся у владельца количеству*, точно так же, как определяется скорость: *производная от пройденного расстояния по затраченному времени*.

Если бы нам хотелось иметь нечто, что было бы редкостью товара (А) или товара (В), то следовало бы взять *среднюю редкость*, которая была бы средней арифметической редкостей каждого из этих товаров для каждого из обменивающихся лиц после обмена — понятие, не имеющее ничего более необычного, чем понятие среднего роста или средней продолжительности жизни в данной стране, понятие чрезвычайно полезное в определенных случаях. Эти средние редкости сами были бы пропорциональны меновым стоимостям.

102. Теоретик вправе предполагать элементы цен неизменными в течение времени, когда он формулирует закон установления равновесных цен. Но, как только эта операция закончена, он обязан вспомнить, что по своей сути элементы цен изменчивы и соответственно этому сформулировать закон изменения равновесных цен. Это нам и предстоит здесь сделать. И, более того, первая операция приводит непосредственно ко второй. Действительно, элементы, которые формируют цены, есть также элементы, которые эти цены изменяют. Элементы формирования цен — это полезности товаров и имеющиеся во владении количества этих товаров. Таковы, следовательно, причины и начальные условия изменения цен.

Предположим, что на том же самом рынке, где обмен (А) и (В) происходил сначала по указанным выше текущим ценам $1/\mu$ (A) в (B) и μ (B) в (A), затем происходит по иным текущим ценам $1/\mu'$ (A) в (B) и μ'(B) в (A); мы можем утверждать, что данное изменение цен проистекает вследствие одной из четырех нижеуказанных причин, либо же из нескольких или даже из всех:

1. Изменение в полезности товара (A);
2. Изменение в количестве этого товара, имеющегося у одного или нескольких держателей;
3. Изменение в полезности товара (B);
4. Изменение в количестве этого товара, имеющегося у одного или нескольких держателей.

Данные обстоятельства абсолютны и поддаются строгому определению. Практически их определение может быть более или менее трудным; но теоретически ничто не вынуждает нас признать его невозможным. Вопрос мог бы быть выяснен с помощью опроса, в ходе которого были бы последовательно опрошены все обменивающиеся лица с точки зрения элементов кривых их частичного спроса. Можно даже представить такой случай, когда начальная причина изменения цен как бы сама привлекала внимание наблюдателей. Предположим, например, что если повышение цены с μ до μ' происходит в то же время, что и открытие какого-либо замечательного свойства товара (B) либо же катастрофа, уничтожившая часть запасов этого товара, то нельзя было бы не связать то или иное из этих событий с происшедшим повышением. Не является невозможным то, что мы делаем вопреки себе, и именно так нередко обстоит дело с определением причин и начальных условий изменения цен.

103. Пусть даны установившееся равновесие и различные обменивающиеся лица, владеющие соответственными количествами (A) и (B), которые дают им максимальное удовлетворение при ценах $1/\mu$ (A) в (B) и μ (B) в (A). Это состояние имеет место в силу равенства отношений редкостей и цен, но его не будет, если это равенство нарушается. Посмотрим теперь, как изменения полезности и имеющегося во владении количества могут нарушить состояние максимального удовлетворения и каковы должны быть последствия этого нарушения.

Что касается изменения полезности, то оно может происходить самым разным образом: может иметь место увеличение интенсивной полезности и уменьшение экстенсивной или наоборот и т.д. Поэтому нам надо принять некоторые предосторожности, чтобы высказать по этому поводу общие утверждения. Вот почему мы будем применять выражения *увеличение* и *уменьшение полезности* к таким перемещениям кривой потребности, которые будут иметь результатом увеличение или уменьшение интенсивности последней удовлетворенной потребности, или редкости, после обмена. Имея это в виду, предположим увеличение полезности (B), т.е. перемещение кривой потребности в товаре (B), откуда следует увеличение редкости (B), для некоторых обменивающихся лиц. Для этих индивидов больше нет максимального удовлетворения. Напротив, для них выгодно — при текущих ценах $1/\mu$ и μ — предъявить спрос на (B), предлагая (A). Но, так как имелось равенство предложения и спроса по двум товарам при ценах $1/\mu$ и μ, то при этих ценах будет иметь место превышение спроса над предложением по (B) и превышение предложения над спросом по (A). Отсюда — рост p_b и понижение p_a. Но — с этого же момента — уже не будет максимального удовлетворения для остальных обменивающихся лиц. Напротив, для них будет выгодно — при цене (B) в (A), превышающей μ, и при цене (A) в (B), меньшей $1/\mu$, — предлагать (B), предъявляя спрос на (A). Равновесие восстановится, когда при данной цене (B), превышающей μ, и при цене (A), меньшей $1/\mu$, предложение и спрос по обоим товарам станет равным. Таким образом, увеличение полезности (B) для наших индивидов будет иметь результатом повышение цены (B).

Уменьшение полезности (B) будет иметь, естественно, своим результатом понижение цены (B).

Достаточно взглянуть на кривые потребности, чтобы увидеть, что увеличение или уменьшение имеющегося во владении количества имеет результатом уменьшение или увеличение редкости. Впрочем, если редкость уменьшается или увеличивается, то, как мы только что видели, цена понижается или повышается. Таким образом, последствия изменения имеющегося во владении количества просто-напросто обратны последствиям изменения полезности, и мы можем высказать искомый нами закон в следующих терминах.

Если на рынке даны два товара в состоянии равновесия и если — при прочих равных условиях — полезность одного из них увеличивается или уменьшается для одного или нескольких обменивающихся лиц, то стоимость этого товара по отношению к стоимости другого товара, или его цена, увеличивается или уменьшается.

Если — при прочих равных условиях — количество одного из двух товаров увеличивается или уменьшается у одного или нескольких держателей (товара), то цена этого товара понижается или повышается.

Заметим, прежде чем оставить данный вопрос, что если изменение цен обязательно указывает на изменение в элементах данных цен, то сохранение цен, напротив, не обязательно указывает на сохранение элементов этих цен. Действительно, мы можем высказать — без доказательства — еще одну следующую двойственную теорему:

— Пусть даны два товара; если полезность и количество одного из этих товаров относительно одного или нескольких обменивающихся лиц или держателей варьирует таким образом, что редкости не изменяются, то сто-

имость этого товара по отношению к стоимости другого, или его цена, не изменяется.

Если полезность и количество двух товаров относительно одного или нескольких обменивающихся лиц или держателей варьирует таким образом, что соотношения редкостей не изменяются, то цены обоих товаров не изменяются.