Раздел III

Теория обмена нескольких товаров между собой

Урок 11 (§§ 104-116)
Проблема обмена нескольких товаров между собой. Теорема общего равновесия
93

Урок 12 (§§ 117-130)
Общая формула математического решения задачи обмена нескольких товаров между собой. Закон установления цен товаров
103

Урок 13 (§§ 131-138)
Закон изменения цен товаров
113

Урок 14 (§§ 139-150)
Теорема эквивалентного распределения. Об инструменте измерения и меновом посреднике
122

Урок 15 (§§ 151-156)
Кривые покупок и продаж; кривые цен товаров
133

Урок 16 (§§ 157-164)
Изложение и опровержение учений А. Смита и Ж.-Б. Сэя о происхождении меновой стоимости
140

Урок 11

Проблема обмена нескольких товаров между собой. Теорема общего равновесия

Содержание: 104. Обобщение обозначений, относящихся к случаю обмена двух товаров друг на друга. 105. Об обмене трех товаров друг на друга. 106. Уравнения частичного и полного спроса. 107. Уравнения обмена. 108. Об обмене *m* товаров друг на друга. Уравнения спроса. 109. Уравнения обмена. 110. Проблема обмена нескольких товаров поставлена, таким образом, алгебраически, а не геометрически. 111. Условие общего равновесия. 112, 113, 114. Гипотеза о $p_{c,b} = ap_{c,a}/p_{b,a}$ и $a > 1$. Арбитраж между (B, A, C), (A, C, B), (C, B, A). Понижение $p_{c,b}$. Понижение $p_{b,a}$. Повышение $p_{c,a}$. 115. $a < 1$. Обратные операции и результаты. Уравнения общего равновесия. 116. Замена уравнений равенства спроса и предложения по каждому товару на каждый из остальных товаров по отдельности на уравнения равенства спроса и предложения по каждому товару в обмен на все остальные вместе.

104. Теперь речь идет о том, чтобы перейти от исследования обмена двух товаров (A) и (B) к исследованию обмена нескольких товаров (A), (B), (C), (D)... между собой. Для этого нам достаточно должным образом обобщить наши формулы, начиная с того случая, когда обменивающиеся лица являются держателями лишь одного товара.

Теперь обозначим через $D_{a,b}$ действительный спрос на (A) в (B), $D_{b,a,}$ действительный спрос на (B) в (A), $p_{a,b}$ цену (A) в (B), $p_{b,a,}$ цену (B) в (A). Четыре неизвестные $D_{a,b}$, $D_{b,a}$, $p_{a,b}$, $p_{b,a}$ связаны двумя уравнениями действительного спроса:

$$D_{a,b} = F_{a,b}(p_{a,b}),$$

$$D_{b,a} = F_{b,a}(p_{b,a})$$

и двумя уравнениями равенства действительных спроса и предложения:

$$D_{b,a} = D_{a,b}\, p_{a,b}\,,$$

$$D_{a,b} = D_{b,a} p_{b,a}$$

Нам известно, что геометрически два первых уравнения могут быть представлены *двумя кривыми*, а два последних — двумя прямоугольниками, *вписанными* в эти кривые так, что их основания равны отношениям их площадей или обратным отношениям их высот (§ 57).

105. Теперь перейдем сначала от случая с двумя товарами (A) и (B) к случаю с тремя товарами (A), (B) и (C). Для этого представим себе рынок, на который приходят, с одной стороны, люди, имеющие товар (A) и расположенные отдать одну его часть для получения товара (B) и одну

часть — для получения товара (C); с другой стороны, люди, имеющие товар (B) и расположенные отдать одну его часть для получения товара (A) и одну часть — для получения товара (C); наконец, люди, имеющие товар (C) и расположенные отдать одну его часть для получения товара (A) и одну часть — для получения товара (B).

Если это так, то взяв из них, например, держателя (B) и проведя должным образом наши предыдущие рассуждения (§ 50), мы можем сказать — и здесь также, — что намерения данного индивида к торгу поддаются строгому определению.

Действительно, всякий держатель количества q_b товара (B), идущий на рынок для обмена там некоторого количества $o_{b,a}$ этого товара на некоторое количество $d_{a,b}$ товара (A) в соответствии с уравнением обмена:

$$d_{a,b}v_a = o_{b,a}v_b$$

и некоторого количества $o_{b,c}$ того же самого товара на некоторое количество $d_{c,b}$ товара (C) в соответствии с уравнением обмена

$$d_{c,b}v_c = o_{b,c}v_b,$$

придет с рынка с количеством $d_{a,b}$ (A), количеством $d_{c,b}$ (C) и количеством $y = q_b - o_{b,a} - o_{b,c} = q_b - d_{a,b}v_a/v_b - d_{c,b}v_c/v_b$ (B). В любом случае между количествами q_b, v_a/v_b или $p_{a,b}$, $d_{a,b}$, v_c/v_b или $p_{c,b}$, $d_{c,b}$ и y всегда будет иметь место соотношение:

$$q_b = y + d_{a,b}p_{a,b} + d_{c,b}p_{c,b}.$$

До прихода на рынок наш человек не знает, какими будут v_a/v_b или $p_{a,b}$ и v_c/v_b или $p_{c,b}$, но он уверен, что узнает это сразу же по прибытии туда и что, зная эти значения $p_{a,b}$ и $p_{c,b}$, он соответственно примет для себя значение $d_{a,b}$ и значение $d_{c,b}$, из которых получится, в конечном счете, значение y в соответствии с приведенным выше уравнением. Разумеется, мы вынуждены признать, что нельзя определить $d_{a,b}$, не зная как $p_{c,b}$, так и $p_{a,b}$, нельзя определить и $d_{c,b}$, не зная как $p_{a,b}$, так и $p_{c,b}$. Но мы вынуждены также согласиться с тем, что, если известны $p_{a,b}$ и $p_{c,b}$, то тем самым поддаются определению и $d_{a,b}$ и $d_{c,b}$.

106. Итак, здесь тоже нет ничего легче, чем выразить математически прямое отношение $d_{a,b}$ и $d_{c,b}$, или действительного спроса на (A) и (C) в (B), к $p_{a,b}$ и $p_{c,b}$, или к цене этих товаров. Данное отношение, соответствующее намерениям к торгу нашего индивида, будет строго выражено двумя уравнениями $d_{a,b} = f_{a,b}(p_{a,b}, p_{c,b})$ и $d_{c,b} = f_{c,b}(p_{a,b}, p_{c,b})$. Таким же образом мы получим уравнения, выражающие намерения к торгу по поводу (A) и (C) всех остальных держателей (B); и, наконец, суммируя

просто-напросто эти уравнения частичного спроса, мы получим два уравнения совокупного спроса:

$$D_{a,b} = F_{a,b}(p_{a,b}, p_{c,b}),$$

$$D_{c,b} = F_{c,b}(p_{a,b}, p_{c,b}),$$

выражающие намерения к торгу всех держателей (B).

Равным образом мы получим два уравнения совокупного спроса :

$$D_{a,c} = F_{a,c}(p_{a,c}, p_{b,c}),$$

$$D_{b,c} = F_{b,c}(p_{a,c}, p_{b,c}),$$

выражающие намерения к торгу всех держателей (C).

Наконец, точно так же мы получим два уравнения совокупного спроса:

$$D_{b,a} = F_{b,a}(p_{b,a}, p_{c,a}),$$

$$D_{c,a} = F_{c,a}(p_{b,a}, p_{c,a}),$$

выражающие намерения к торгу всех держателей (A). 107. Впрочем, мы имеем два уравнения обмена:

$$D_{b,a} = D_{a,b}p_{a,b}, \qquad D_{b,c} = D_{c,b}p_{c,b}$$

(B) на (A) и (C).

Мы имеем два уравнения обмена:

$$D_{c,a} = D_{a,c}p_{a,c}, \qquad D_{c,b} = D_{b,c}p_{b,c}$$

(C) на (A) и (B).

Наконец, мы имеем два уравнения обмена:

$$D_{a,b} = D_{b,a}p_{b,a}, \qquad D_{a,c} = D_{c,a}p_{c,a}$$

(A) на (B) и (C).

Итак, имеем, в конечном счете, 12 уравнений с 12 неизвестными, представляющими собой шесть цен трех товаров одного в другом, и шесть совокупных количеств трех товаров, обмениваемых друг на друга.

108. Теперь пусть дано m товаров (A), (B), (C), (D)..., имеющихся на рынке; понятно, что в силу точно таких же рассуждений, как в случае с двумя товарами и в случае с тремя товарами, рассуждений, которые не

стоит повторять еще раз, мы можем сформулировать сначала m — 1 уравнений действительного спроса на (B), (C), (D)... в (A):

$$D_{b,a} = F_{b,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a}...),$$

$$D_{c,a} = F_{c,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a}...),$$

$$D_{d,a} = F_{d,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a}...),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

m–1 уравнений действительного спроса на (A), (C), (D)... в (B):

$$D_{a,b} = F_{a,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b}...),$$

$$D_{c,b} = F_{c,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b}...),$$

$$D_{d,b} = F_{d,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b}...),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

m–1 уравнений действительного спроса на (A), (B), (D)... в (C):

$$D_{a,c} = F_{a,c}(p_{a,c}, p_{b,c}, p_{d,c}...),$$

$$D_{b,c} = F_{b,c}(p_{a,c}, p_{b,c}, p_{d,c}...),$$

$$D_{d,c} = F_{d,c}(p_{a,c}, p_{b,c}, p_{d,c}...),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

m–1 уравнений действительного спроса на (A), (B), (C)... в (D):

$$D_{a,d} = F_{a,d}(p_{a,d}, p_{b,d}, p_{c,d}...),$$

$$D_{b,d} = F_{b,d}(p_{a,d}, p_{b,d}, p_{c,d}...),$$

$$D_{c,d} = F_{c,d}(p_{a,d}, p_{b,d}, p_{c,d}...),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

и так далее; таким образом, всего $m(m$ -1) уравнений.

109. С другой стороны, мы можем, разумеется, также сформулировать — без новых объяснений — m–1 уравнений обмена (A) на (B), (C), (D)...

$$D_{a,b} = D_{b,a}p_{b,a}, \qquad D_{a,c} = D_{c,a}p_{c,a}, \qquad D_{a,d} = D_{d,a}p_{d,a} ...$$

$m-1$ уравнений обмена (B) на (A), (C), (D)...

$$D_{b,a} = D_{a,b}p_{a,b}, \qquad D_{b,c} = D_{c,b}p_{c,b}, \qquad D_{b,d} = D_{d,b}p_{d,b} \cdots$$

$m-1$ уравнений обмена (C) на (A), (B), (D)...

$$D_{c,a} = D_{a,c}p_{a,c}, \qquad D_{c,b} = D_{b,c}p_{b,c}, \qquad D_{c,d} = D_{d,c}p_{d,c} \cdots$$

$m-1$ уравнений обмена (D) на (A), (B), (C)...

$$D_{d,a} = D_{a,d}p_{a,d}, \qquad D_{d,b} = D_{b,d}p_{b,d}, \qquad D_{d,c} = D_{c,d}p_{c,d} \cdots$$

и так далее; итак, снова в общей сложности $m(m-1)$ уравнений.

Эти $m(m-1)$ уравнений обмена вместе с $m(m-1)$ уравнений действительного спроса дают в совокупности $2m(m-1)$ уравнений. Однако у нас в точности 2 $m(m-1)$ неизвестных; действительно, для m товаров, обмениваемых попарно, имеется $m(m-1)$ цен и $m(m-1)$ совокупных количеств товаров, прошедших через обмен.

110. В особом случае обмена двух товаров друг на друга и в особом случае обмена трех товаров между собой задачу можно решить либо геометрически, либо алгебраически, так как в обоих случаях функции спроса сами можно представить геометрически. В первом случае эти функции являются функциями одной переменной, которые могут быть представлены двумя кривыми. Во втором случае они являются функциями двух переменных, представляемыми шестью поверхностями. Геометрическое решение задачи, следовательно, дает: в первом случае — просто вписание в кривые прямоугольников; во втором — вписание прямоугольников в кривые, получаемые при пересечении поверхностей с плоскостями.

В общем случае, напротив, функции спроса — это функции с $m(m-1)$ переменными, которые не могут быть представлены в пространстве. Вот почему в этом случае сама задача, как представляется, может быть поставлена и решена алгебраически, но не геометрически*. Впрочем, давайте вспомним, что речь идет здесь, как и везде, не о том, чтобы поставить и в действительности решить данную задачу в каком-либо из данных случаев, а о том, чтобы научно представить природу задачи, которая встает и эмпирически решается на рынке. Но при такой точке зрения не только алгебраическое решение стоит решения геометрического, но и можно даже сказать, что, выбирая форму анализа (математического), мы выбираем общую и научную форму par excellence.

* Однако читатель найдет геометрическое решение в приложении I к данному тому «Геометрическая теория определения цен».

111. Задача обмена нескольких товаров между собой представляется решенной. Но в действительности она решена лишь наполовину. При определенных выше условиях на рынке будет иметь место некоторое равновесие цен товаров, взятых попарно; но это будет лишь несовершенное равновесие. Совершенное или *общее равновесие рынка имеет место лишь в том случае, если цена двух каких-либо товаров, одного в другом, равна отношению цен и того, и другого в каком-либо третьем* (*товаре*). Именно это и следует доказать. Для этого из всех имеющихся товаров возьмем три, например, (A), (B) и (C); предположим, что цена $p_{c,b}$ больше или меньше, чем отношение цен $p_{c,a}$ и $p_{b,a}$, и посмотрим, что произойдет.

Чтобы суть дела была ясна, вообразим, что место, служащее рынком для обмена всех товаров (A), (B), (C), (D)... между собой, поделено на столько частей, сколько происходит операций обмена товаров друг на друга попарно, т.е. на $m(m-1)/2$ специальных рынков, обозначаемых табличками с указанием обмениваемых товаров и цен обмена, определяемых математически в соответствии с данной выше системой уравнений. Имеем: «Обмен (A) на (B) и (B) на (A) по взаимным ценам $p_{a,b}$, $p_{b,a}$»; — «Обмен (A) на (C) и (C) на (A) по взаимным ценам $p_{a,c}$, $p_{c,a}$»; — «Обмен (B) на (C) и (C) на (B) по взаимным ценам $p_{b,c}$, $p_{c,b}$». Итак, если бы каждый держатель (A), желающий получить (B) и (C), ограничился обменом своего товара (A) на (B) и (C) на двух первых специальных рынках, если бы каждый держатель (B), желающий получить (A) и (C), ограничился обменом своего товара (B) на (A) и (C) на первом и третьем рынках, если бы каждый держатель (C), желающий получить (A) и (B), ограничился обменом своего товара (C) на (A) и (B) на двух последних рынках, то равновесие сохранилось бы в том виде, как есть. Но нетрудно показать, что ни держатели (A), ни держатели (B), ни держатели (C) не примут этого способа обмена; все они будут действовать иным способом, более для них выгодным.

112. Итак, предположим

$$p_{c,b} = \alpha \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$$

или

$$\frac{p_{c,b}\, p_{b,a}\, p_{a,c}}{\alpha} = 1$$

где вначале $\alpha > 1$.

Из этого уравнения следует, что настоящая цена (C) в (B) не $p_{c,b}$, а $p_{c,b}/\alpha$, имея в виду, что с $p_{c,b}/\alpha$ (B) имеем $p_{c,b}p_{b,a}/\alpha$ товара (A) по цене $p_{a,b} = 1/p_{b,a}$ (A) в (B) на рынке (A,B); и что с $p_{c,b}p_{b,a}/\alpha$ (A) имеем $p_{c,b}p_{b,a}$ $p_{a,c}/\alpha = 1$ (C) по цене $p_{c,a} = 1/\ p_{a,c}$ (C) в (A) на рынке (A,C).

Отсюда следует также, что настоящая цена (B) в (A) не $p_{b,a}$, а $p_{b,a}/\alpha$, имея в виду, что с $p_{b,a}/\alpha$ (A) имеем $p_{b,a}p_{a,c}/\alpha$ товара (C) по цене $p_{c,a} = 1/p_{a,c}$ (C) в (A) на рынке (A,C); и что с $p_{b,a}p_{a,c}/\alpha$ (C) имеем $p_{b,a}p_{a,c}\,p_{c,b}/\alpha = 1$ (B) по цене $p_{b,c} = 1/p_{c,b}$ (B) в (C) на рынке (B,C).

Из этого же уравнения, наконец, следует, что настоящая цена (A) в (C) не $p_{a,c}$, а $p_{a,c}/\alpha$, имея в виду, что с $p_{a,c}/\alpha$ (C) имеем $p_{a,c}p_{c,b}/\alpha$ товара (B) по цене $p_{b,c} = 1/p_{c,b}$ (B) в (C) на рынке (B,C); и что с $p_{a,c}p_{c,b}/\alpha$ (B) имеем $p_{a,c}p_{c,b}\,p_{b,a}/\alpha = 1$ (A) по цене $p_{a,b} = 1/p_{b,a}$ (A) в (B) на рынке (A,B).

113. Чтобы закончить выяснение данного пункта с помощью конкретных чисел, предположим, что $p_{c,b} = 4$, $p_{c,a} = 6$, $p_{b,a} = 2$; что дает а = 1,33. Из уравнения

$$\frac{4\times2\times\frac{1}{6}}{1{,}33}=1$$

следует, что настоящая цена (C) в (B) не 4, а 4/1,33 = 3, имея в виду, что с 3 (B) имеем $3\times2 = 6$ (A) по цене 1/2 (A) в (B) на рынке (A,B); и что с 6 (A) имеем $6\times1/6 = 1$ (C) по цене 6 (C) в (A) на рынке (A,C).

Из уравнения также следует, что настоящая цена (B) в (A) не 2, а 2/ 1,33 = 1,50, имея в виду, что с 1,50 (A) имеем $1{,}50\times1/6=1/4$ (C) по цене 6 (C) в (A) на рынке (A,C); и что с 1/4 (C) имеем $1/4\times4 = 1$ (B) по цене 1/4 (B) в (C) на рынке (B,C).

Из уравнения, наконец, следует, что настоящая цена (A) в (C) не 1/6, а $1/6\times1{,}33 = 1/8$, имея в виду, что с 1/8 (C) имеем $1/8\times4 = 1/2$ (B) по цене 1/4 (B) в (C) на рынке (B,C); и что с 1/2 (B) имеем $1/2\times2 = 1$ (A) по цене 1/2 (A) в (B) на рынке (A,B).

114. Держатели (A), (B), (C), разумеется, без колебаний проведут следующие замены: одни произведут косвенный обмен (A) на (C) и (C) на (B) вместо прямого обмена (A) на (B); другие — косвенный обмен (B) на (A) и (A) на (C) вместо прямого обмена (B) на (C); третьи — косвенный обмен (C) на (B) и (B) на (A) вместо прямого обмена (C) на (A). Этот косвенный обмен называется *арбитражем* (арбитражной операцией. — *Прим. перев.*). Что касается экономии, получаемой таким путем, то они распределят ее по собственному усмотрению на свои потребности, обеспечивая себе дополнительное количество того или иного товара с тем, чтобы получить как можно большую сумму удовлетворения. Мы могли бы указать на условие этого максимума, состоящее в том, чтобы соотношения интенсивностей последних удовлетворенных потребностей были бы равны реальным ценам, проистекающим из арбитражных операций. Но, не входя в данное соображение, достаточно заметить, что этот дополнительный спрос будет предъявляться так же, как и основной: держателями (A) — через обмен (A) на (C) и (C) на (B),

но никак не через обмен (A) на (B); держателями (B) — через обмен (B) на (A) и (A) на (C), но никак не через обмен (B) на (C); держателями (C) — через обмен (C) на (B) и (B) на (A), но никак не через обмен (C) на (A). Таким образом, на рынке (A,B) постоянно будет спрос на (A) и предложение (B), но не будет спроса на (B) и предложения (A); отсюда — понижение $p_{b,a}$. На рынке (A,C) постоянно будет спрос на (C) и предложение (A), но не будет спроса на (A) и предложения (C); отсюда — повышение $p_{c,a}$. На рынке (B,C) постоянно будет спрос на (B) и предложение (C), но не будет спроса на (C) и предложения (B); отсюда — понижение $p_{c,b}$.

115. Мы видим тем самым, что в случае, когда $p_{c,b} > p_{c,,a}/ p_{,b,a}$, равновесие рынка не является окончательным или общим и что на нем происходят арбитражные операции, результат которых — понижение $p_{c,b}$, повышение $p_{c,,a}$ и понижение $p_{b,a}$. Мы видим в то же самое время, что в случае, когда $p_{c,b<} < p_{c,a}/ p_{b,a}$, на рынке пройдут арбитражные операции, результатом которых будет повышение $p_{c,b}$, понижение $p_{c,a}$ и повышение $p_{b,a}$. Действительно, тогда мы получим

$$p_{c,b} = \alpha \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$$

или

$$\alpha p_{b,c} p_{a,b} p_{c,a} = 1,$$

где $\alpha<1$; отсюда вытекает, что настоящая цена (B) в (C) есть $\alpha p_{b,c}$ при условии обмена (C) на (A) и (A) на (B), что настоящая цена (A) в (B) есть $\alpha p_{a,b}$ при условии обмена (B) на (C) и (C) на (A), что настоящая цена (C) в (A) есть $\alpha p_{c,a}$ при условии обмена (A) на (B) и (B) на (C). Впрочем, достаточно очевидно, что то, что было сказано относительно цен (A), (B) и (C), может быть сказано и о ценах любых трех товаров. Если бы, следовательно, мы захотели, чтобы арбитражные операции не имели места, а равновесие товаров, взятых на рынке попарно, было бы общим, то надо было бы ввести условие, по которому цена двух каких-либо товаров, одного в другом, была бы равна отношению цен того и другого к какому-либо третьему товару, т.е. надо было бы сформулировать следующие уравнения:

$$p_{a,b} = \frac{1}{p_{b,a}}, \quad p_{c,b} = \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}, \quad p_{d,b} = \frac{p_{d,a}}{p_{b,a}} \ldots$$

$$p_{a,c} = \frac{1}{p_{c,a}}, \quad p_{b,c} = \frac{p_{b,a}}{p_{c,a}}, \quad p_{d,c} = \frac{p_{d,a}}{p_{c,a}} \ldots$$

$$p_{a,d} = \frac{1}{p_{d,a}}, \quad p_{b,d} = \frac{p_{b,a}}{p_{d,a}}, \quad p_{d,b} = \frac{p_{c,a}}{p_{d,a}} \ldots$$

. . . .

и так далее, или, в целом, $(m-1)(m-1)$ уравнений общего равновесия, содержащих в неявном виде $m(m-1)/2$ уравнений цен.

Товар, в котором формулируются таким образом цены всех остальных товаров, является *счетным*.

116. Очевидно, что введение $(m-1)(m-1)$ уравнений, определяющих условие, требует, чтобы наша предыдущая система уравнений спроса и предложения была сокращена на соответствующее число уравнений. Именно это как раз и происходит при замене отдельных рынков на общий рынок при замене уравнений обмена, указывающих на равенство спроса и предложения по каждому товару на каждый из остальных товаров на нижеследующие уравнения обмена, устанавливающие равенство спроса и предложения по каждому товару на все остальные:

$$D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \ldots = D_{b,a}p_{b,a} + D_{c,a}p_{c,a} + D_{d,a}p_{d,a} + \ldots$$

$$D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \ldots = D_{a,b}p_{a,b} + D_{c,b}p_{c,b} + D_{d,b}p_{d,b} + \ldots$$

$$D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \ldots = D_{a,c}p_{a,c} + D_{b,c}p_{b,c} + D_{d,c}p_{d,c} + \ldots$$

$$D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \ldots = D_{a,d}p_{a,d} + D_{b,d}p_{b,d} + D_{c,d}p_{c,d} + \ldots$$

. . . .

и так далее, итого m уравнений. Но эти m уравнений сокращаются до $m-1$. Действительно, если ввести в них значения цен, выведенные из уравнений общего равновесия, и обозначить просто через p_b, p_c, p_d... цены (B), (C), (D)... в (A), то они примут вид

$$D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \ldots = D_{b,a}p_b + D_{c,a}p_c + D_{d,a}p_d + \ldots$$

$$D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \ldots = D_{a,b}\,1/p_b + D_{c,b}\,p_c/p_b + D_{d,b}\,p_d/p_b + \ldots$$

$$D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \ldots = D_{a,c}\,1/p_c + D_{b,c}\,p_b/p_c + D_{d,c}\,p_d/p_c + \ldots$$

$$D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \ldots = D_{a,d}\,1/p_d + D_{b,d}\,p_b/p_d + D_{c,d}\,p_c/p_d + \ldots$$

. . . .

И если теперь мы сложим вместе последние $m-1$, умножив предварительно обе части первого уравнения на p_b, второго — на p_c, третьего — на p_d ..., и вычтем из той и другой части тождественные члены, то мы вернемся к первому уравнению системы. Этим первым уравнением можно, следовательно, пренебречь, и система сокращается до $m-1$ последующих уравнений. Эти уравнения остаются как $m-1$ уравнений обмена, которые вместе с $m(m-1)$ уравнениями спроса и $(m-1)(m-1)$ уравнениями общего равновесия образуют совокупность в 2 $m(m-1)$ уравнений, корнями которых являются m $(m-1)$ цен m товаров, выраженных в ценах других, и m $(m-1)$ совокупных количеств данных m товаров, обмененных друг на друга. Вот как математически выводятся цены, если даны уравнения спроса. Остается только показать — и это основной пункт, — что эта же самая проблема обмена, чье теоретическое решение мы только что дали, является также проблемой, которая практически решается на рынке через механизм свободной конкуренции. Однако прежде чем приступить к этому доказательству, мы рассмотрим случай, когда обменивающиеся лица являются держателями нескольких товаров, что представляет собой общий случай, который теорема максимального удовлетворения позволяет разобрать простым и доступным образом.

Урок 12

Общая формула математического решения задачи обмена нескольких товаров между собой. Закон установления цен товаров

Содержание: 117. Общий случай с держателями нескольких товаров. 118. Уравнение эквивалентности обмениваемых количеств. Уравнения максимального удовлетворения. Уравнения частичного спроса или предложения. 119, 120, 121, 122. Условие предложения, равного имеющемуся количеству. Следствия. 123. Система из m–1 уравнений равенства совокупных спроса и предложения.
124. Об обмене нескольких товаров друг на друга на рынке. 125. «Выкрикиваемые» (объявляемые) цены: цены в счетном товаре, предполагающие общее равновесие. Определение без расчета частичных объемов спроса или предложения в соответствии с условием максимального удовлетворения. 126, 127. Неравенство совокупного спроса и совокупного предложения. 128. Изменения совокупных спроса и предложения в связи с изменением цен от нуля до бесконечности. 129, 130. Следует увеличить цены, когда спрос больше предложения, и уменьшить их, когда предложение больше спроса.

117. В случае обмена некоторого числа товаров, как и в случае обмена двух товаров друг на друга, уравнения частичного действительного спроса математически определены условием максимального удовлетворения потребностей. Каково же это условие? Оно всегда состоит в том, чтобы отношение редкостей двух некоторых товаров было равно цене одного из них в другом; если этого нет, то между ними выгодно провести обмен (§ 80). Если обменивающиеся лица являются держателями лишь одного товара и если, оставляя место арбитражным операциям, выкрикивают $m(m-1)$ цен m товаров попарно, цен, не удовлетворяющих условию общего равновесия, то максимальное удовлетворение будет иметь место для каждого обменивающегося лица тогда, когда отношения редкостей запрашиваемых товаров к редкости имеющегося у него товара будут равными, но не объявляемым («выкрикиваемым») ценам, а настоящим ценам, получаемым путем арбитражных операций. Но если обменивающиеся лица являются держателями нескольких товаров и если — чтобы, напротив, избежать арбитражных операций — объявляются $m-1$ цен $m-1$ товаров в m-м товаре, принимаемом за счетный, имея в виду, что цена двух товаров одного в другом будет равна отношению цен одного и другого в счетном товаре, то очевидно, что максимальное удовлетворение будет иметь место для каждого обменивающегося лица тогда, когда отношения редкостей товаров, исключая счетный, к редкости этого счетного товара будут равны объявляемым ценам.

118. Итак, пусть дано обменивающееся лицо (1), держатель $q_{a,1}$ това-

ра (A), $q_{b,1}$ (B), $q_{c,1}$ (C), $q_{d,1}$ (D)... Пусть $r = \varphi_{a,1}(q)$, $r = \varphi_{b,1}(q)$, $r = \varphi_{c,1}(q)$, $r = \varphi_{d,1}(q)$... — уравнения полезности или потребности в товарах (A), (B), (C), (D)... для этого обменивающегося лица в течение некоторого времени. Пусть p_b, p_c, p_d... — соответствующие цены товаров (B), (C), (D)... в товаре (A). И пусть x_1, y_1, z_1, w_1... — соответствующие количества (A), (B), (C), (D)..., которые обменивающееся лицо (1) добавит к количествам $q_{a,1}$, $q_{b,1}$, $q_{c,1}$, $q_{d,1}$..., держателем которых он является по ценам p_b, p_c, p_d.... Эти количества могут быть положительными, и тогда они представляют собой запрашиваемые количества; они могут быть отрицательными и представлять собой количества предлагаемые. И, так как наше обменивающееся лицо сможет предъявлять спрос на некоторые товары лишь при условии, что он предлагает в эквивалентном количестве некоторые другие товары, очевидно, что среди данных количеств x_1, y_1, z_1, w_1... одни положительны, а другие отрицательны и что все они будут связаны уравнением

$$x_1 + y_1 p_b + z_1 p_c + w_1 p_d + \ldots = 0.$$

К тому же, поскольку мы предположили состояние максимального удовлетворения, те же самые количества связаны системой уравнений

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\varphi_{c,1}(q_{c,1} + z_1) = p_c \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\varphi_{d,1}(q_{d,1} + w_1) = p_d \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

т.е. $m-1$ уравнений, образующих вместе с предыдущими m уравнений, в числе которых можно предположить, что последовательно устраняются $m-1$ неизвестных x_1, y_1, z_1, w_1... так, что остается лишь одно уравнение, дающее m-ое в виде функции от цен. Таким образом, мы получаем следующие уравнения спроса или предложения (B), (C), (D)... со стороны обменивающегося лица (1):

$$y_1 = f_{b,1}(p_b, p_c, p_d \ldots)$$

$$z_1 = f_{c,1}(p_b, p_c, p_d \ldots)$$

$$w_1 = f_{d,1}(p_b, p_c, p_d \ldots)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

при этом спрос или предложение (A) тем же самым лицом дается уравнением

$$x_1 = -(y_1 p_b + z_1 p_c + w_1 p_d \ldots).$$

Таким же образом мы получим следующие уравнения спроса или предложения (B), (C), (D)... со стороны обменивающихся лиц (2), (3)...

$$y_2 = f_{b,2}(p_b, p_c, p_d\dots)$$

$$z_2 = f_{c,2}(p_b, p_c, p_d\dots)$$

$$w_2 = f_{d,2}(p_b, p_c, p_d\dots)$$

. . . .

$$y_3 = f_{b,3}(p_b, p_c, p_d\dots)$$

$$z_3 = f_{c,3}(p_b, p_c, p_d\dots)$$

$$w_3 = f_{d,3}(p_b, p_c, p_d\dots)$$

. . . .

и так далее, при этом спрос или предложение (A) со стороны тех же самых лиц дается уравнениями

$$x_2 = -(y_2 p_b + z_2 p_c + w_2 p_d\dots).$$

$$x_3 = -(y_3 p_b + z_3 p_c + w_3 p_d\dots).$$

. . . .

Именно таким образом намерения к торгу всех обменивающихся лиц могут быть выведены из полезности разных товаров для каждого из них и из количества этих товаров, которым каждый из них обладает. Однако, прежде чем идти дальше, надо сделать здесь весьма важное замечание.

119. Может быть так, что при некоторых ценах p_b, p_c, p_d... y_1 является отрицательным: это тот случай, когда обменивающееся лицо (1) предлагает товар (B) вместо того, чтобы спрашивать его. Может быть даже так, что y_1 равняется $-q_{b,1}$: это случай, когда данное лицо не оставляет у себя товара (B). Если ввести это значение y_1 в систему из $m-1$ уравнений максимального удовлетворения, то они примут вид

$$\varphi_{b,1}(0) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\varphi_{c,1}(q_{c,1} + z_1) = p_c \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\varphi_{d,1}(q_{d,1} + w_1) = p_d \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

. . . .

И, устраняя p_b, p_c, p_d... из этих уравнений и из уравнения

$$x_1 + z_1 p_c + w_1 p_d + \ldots = q_{b,1} p_b,$$

получаем уравнение

$$x_1 \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1) + z_1 \varphi_{c,1}(q_{c,1} + z_1) + w_1 \varphi_{d,1}(q_{d,1} + w_1) + \ldots = q_{b,1} \varphi_{b,1}(0).$$

Данное уравнение является уравнением условия, которое может быть выражено в следующих терминах: *чтобы предложение одного из товаров могло быть равно имеющемуся количеству этого товара, необходимо, чтобы можно было вписать в часть плоскости кривых потребности в запрашиваемых товарах, лежащую выше части, представляющей потребности, удовлетворенные имеющимся количеством, такие прямоугольники, суммарная площадь которых была бы равна площади прямоугольника, имеющего в качестве высоты наличное количество прелагаемого товара и в качестве основания — интенсивность максимальной потребности в этом товаре.*

Данное условие либо выполняется, либо нет. Если оно выполняется, то предложение (B) со стороны лица (1) может равняться в некоторых случаях количеству $q_{b,1}$, держателем которого он является. Впрочем, оно никогда не может быть больше этого количества. Важно, следовательно, отметить, что для всех значений $p_b, p_c, p_d \ldots$, при которых отрицательный y_1 становится больше $q_{b,1}$ в уравнениях спроса и предложения (B), данное уравнение должно быть заменено на уравнение $y_1 = -q_{b,1}$.

120. Но это не все. Прежде всего такое же замечание приложимо к уравнениям спроса или предложения (C), (D)... при значениях p_b , p_c , p_d..., при которых отрицательные z_1 , w_1 ... становятся больше $q_{c,1}$, $q_{d,1}$ ... Затем, как раз в том случае, когда эти уравнения должны быть заменены на уравнения $z_1 = -q_{c,1}$, $w_1 = -q_{d,1}$ ..., уравнение спроса или предложения (B) должно быть изменено соответствующим образом.

Так, при $z_1 = -q_{c,1}$, например, система уравнений, дающая спрос или предложение (B) лица (1), примет следующий вид:

$$x_1 + y_1 p_b + w_1 p_d + \ldots = q_{c,1} p_c,$$

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\varphi_{d,1}(q_{d,1} + w_1) = p_d \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

т.е. $m-1$ уравнений, из которых можно предположить, что последовательно устраняются $m-2$ неизвестных, такие, как x_1, w_1,... так, что остается лишь одно уравнение, дающее y_1 в виде функции от p_b, p_c, p_d... Так же и при $w_1 = -q_{d,1}$... Так же, наконец, — что понятно и без дальнейших разъяснений — в том случае, когда предложение не только одного из товаров (C), (D)... , но и двух, трех, четырех... и, в общем виде, некоторого числа из них, равно имеющемуся количеству.

121. Мы ничего не сказали об уравнении спроса или предложения счетного товара (A), имеющем особую форму. Прежде всего очевидно, что при значениях p_b, p_c, p_d..., при которых отрицательный $x1$ становится больше по абсолютной величине $q_{a,1}$, и это уравнение тоже должно быть заменено на уравнение $x_1 = -q_{a,1}$, кроме того, в этом случае система уравнений, определяющая спрос или предложение (A) со стороны лица (1), примет следующий вид:

$$y_1 p_b + z_1 p_c + w_1 p_d \ldots = q_{a,1},$$

$$p_b \varphi_{c,1}(q_{c,1} + z_1) = p_c \varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1),$$

$$p_b \varphi_{d,1}(q_{d,1} + w_1) = p_d \varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

т.е. всё также m—1 уравнений, из которых можно было бы последовательно устранить m—2 неизвестных такие, как z_1, w_1... так, что остается лишь одно уравнение, дающее y_1 как функцию от p_b, p_c, p_d...

122. Разумеется, было бы более или менее сложно расположить уравнения спроса или предложения таким образом, чтобы они удовлетворяли данным ограничениям; тем не менее столь же очевидно, — и это главный пункт, — что, как только объявлены определенные цены p'_b, p'_c, p'_d... (B), (C), (D) ...в (A), то, учитывая факт равенства предложения имеющемуся (наличному) количеству, запрашиваемые и предлагаемые количества всех товаров в полной мере определены. Покажем это.

Пусть $q = \psi_{a,1}(r)$, $q = \psi_{b,1}(r)$, $q = \psi_{c,1}(r)$, $q = \psi_{d,1}(r)$... есть уравнения полезности (A), (B), (C), (D)... для обменивающегося лица (1), которые, предположим, решены относительно количеств, но уже не относительно редкостей. Тогда после обмена получим:

$$q_{a,1} + x'_1 = \psi_{a,1}(r'_{a,1}),$$

$$q_{b,1} + y'_1 = \psi_{b,1}(r'_{b,1}),$$

$$q_{c,1} + z'_1 = \psi_{c,1}(r'_{c,1}),$$

$$q_{d,1} + w'_1 = \psi_{d,1}(r'_{d,1}),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

и, кроме того, согласно условиям эквивалентности обмененных количеств и максимального удовлетворения (§ 118), имеем:

$$q_{a,1} + p'_b q_{b,1} + p'_c q_{c,1} + p'_d q_{d,1} + \ldots =$$

$$= \psi_{a,1}(r'_{a,1}) + p'_b \psi_{b,1}(p'_b r'_{a,1}) + p'_c \psi_{c,1}(p'_c r'_{a,1}) + p'_d \psi_{d,1}(p'_d r'_{a,1})$$

Последнее уравнение дает $r'_{a,1}$. С помощью $r'_{a,1}$ имеем $r'_{b,1}$, $r'_{c,1}$, $r'_{d,1}$... и, следовательно, x'_1, y'_1, z'_1, w'_1, а единственными товарами, которые следует удержать для себя или приобрести, являются те, для которых интенсивность первой потребности, подлежащей удовлетворению, больше, чем произведение цены и $r'_{a,1}$.

Если $r'_{a,1}$ больше интенсивности первой потребности в (A), то лицо (1) не предъявляет спроса на счетный товар или не оставляет его у себя.

123. Допустив, что уравнения спроса или предложения (A), (B), (C), (D)... со стороны обменивающихся лиц (1), (2), (3)... расположены должным образом, дабы удовлетворить предыдущим ограничениям, обозначим через X, Y, Z, W ... суммы $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots$ $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots$ $z_1 + z_2 + z_3 + \ldots$ $w_1 + w_2 + w_3 + \ldots$ и через F_b, F_c, F_d... суммы функций $f_{b,1}$, $f_{b,2}, f_{b,3} \ldots f_{c,1}, f_{c,2}, f_{c,3 \ldots} f_{d,1}, f_{d,2}, f_{d,3 \ldots}$ Так как условие равенства предложения и спроса на товары (A), (B), (C), (D)... выражается — в общем случае, который нас интересует — уравнениями X = 0, Y = 0, Z = 0, W = 0 ..., то для определения текущих равновесных цен мы имеем уравнения

$$F_b(p_b, p_c, p_d \ldots) = 0,$$

$$F_c(p_b, p_c, p_d \ldots) = 0,$$

$$F_d(p_b, p_c, p_d \ldots) = 0,$$

. . . .

или $m-1$ уравнений. Впрочем, очевидно, что, так как p_b, p_c, p_d... являются по сути положительными, и если данные уравнения удовлетворяются, т.е. если мы имеем Y = 0, Z = 0, W = 0..., то мы получим также

$$X = -(Yp_b + Zp_c + Wp_d + \ldots) = 0.$$

124. Таким образом определяются математически $m-1$ цен $m-1$ из m товаров в m-ом товаре, взятом в качестве счетного в силу тройного условия: 1) что каждое обменивающееся лицо получает максимальное удовлетворение своих потребностей, так как отношения редкостей рав-

ны ценам; 2) что каждый должен получить пропорционально тому, что отдает, и отдать пропорционально тому, что получает, так как для каждого товара есть лишь одна цена в счетном товаре — цена, при которой совокупный действительный спрос равен совокупному действительному предложению; 3) что нет места арбитражным операциям, так как равновесная цена двух товаров, одного в другом, равна отношению равновесных цен того и другого в некотором третьем товаре. Посмотрим теперь, каким образом та же самая задача обмена нескольких товаров между собой, чье научное решение мы только что выяснили, является также задачей, которая на рынке решается эмпирически через механизм конкуренции.

125. Прежде всего на рынке, благодаря введению счетного товара, как раз происходит сокращение m(m–1) цен m товаров, друг в друге, до m–1 цен m–1 товара в m-ном товаре. Этот последний — счетный товар; что же касается (m–1)(m–1) цен остальных товаров, выражаемых друг в друге, то они подразумеваются равными отношениям цен товаров в счетном товаре в соответствии с условием общего равновесия. Пусть p'_b, p'_c, p'_d... есть m–1 цен (B), (C), (D)... в (A), объявляемых наугад. По этим объявленным таким образом ценам каждое обменивающееся лицо определяет свой спрос и свое предложение по (A), (B), (C), (D)... Это делается по размышлении, без расчета, но в точности так, как это происходило бы по расчету в соответствии с системой уравнений эквивалентности запрашиваемых и предлагаемых количеств и максимального удовлетворения, дополненной оговоренными ограничениями. Пусть даны x'_1, x'_2, x'_3... y'_1, y'_2, y'_3... z'_1, z'_2, z'_3... w'_1, w'_2, w'_3... положительные либо отрицательные, при этом частичные спрос или предложение соответствуют ценам p'_b, p'_c, p'_d... Если бы совокупные спрос и предложение по каждому товару были равны, т.е. если бы мы сразу же получили $Y' = 0, Z' = 0, W' = 0$... и, как следствие, $X' = 0$, то обмен произошел бы по этим ценам и задача была бы решена. Но, как правило, совокупные спрос и предложение по каждому товару будут неравными, т.е. мы получим $Y' \gtrless 0, Z' \gtrless 0, W' \gtrless 0$... и, следовательно, $X' \gtrless 0$... Что же делают в таком случае на рынке? Если спрос больше предложения, то производят повышение цены товара в счетном товаре; если же предложение больше спроса, то производят понижение. Что же нужно доказать, чтобы установить, что теоретическое решение и решение рынка тождественны? Просто то, что повышение и понижение есть способ решения путем нащупывания системы уравнений равенства предложения и спроса.

126. Напомним, что мы имеем уравнение

$$X' + Y'p_b + Z'p_c + W'p_d + ... = 0,$$

которое, если обозначить через D'_a, D'_b, D'_c, D'_d... сумму положительных x, y, z, w... и через O'_a, O'_b, O'_c, O'_d сумму отрицательных x, y, z, w..., взятых с положительным знаком, что соответствует ценам p'_b, p'_c, p'_d..., может быть выражено в форме

$$D'_a - O'_a + (D'_b - O'_b)p'_b + (D'_c - O'_c)p'_c + (D'_d - O'_d)p'_d + ... = 0,$$

и заметим, что (поскольку p'_b, p'_c, p'_d... по сути положительны) если среди количеств $X' = D'_a - O'_a$, $Y' = D'_b - O'_b$, $Z' = D'_c - O'_c$, $W' = D'_d - O'_d$ некоторые положительны, то остальные отрицательны, и наоборот; т.е. если при ценах p'_b, p'_c, p'_d... совокупный спрос на некоторые товары больше предложения, то предложение остальных товаров больше спроса, и наоборот.

127. Возьмем теперь неравенство

$$F_b(p'_b, p'_c, p'_d...) \gtreqless 0$$

и поставим его в форме

$$\Delta_b(p'_b, p'_c, p'_d...) \gtreqless \Omega_b(p'_b, p'_c, p'_d...),$$

где функция Δ_b представляет сумму положительных y, т.е. D_b, а функция W_b — сумму отрицательных y, взятых с положительным знаком, т.е. O_b. Абстрагируемся от p_c, p_d... и попытаемся найти — предполагая, что эти цены определены и остается определить только p_b, — как следует изменять p_b от 0 до бесконечности, чтобы спрос на товар (B) был равен предложению. Нам не известна ни функция F_b, ни функции Δ_b и Ω_b; но из самой природы факта обмена, в том виде, как мы его исследовали, мы можем высказать относительно этих функций соображения, достаточные для того, чтобы показать, как в ходе интересующей нас операции p_b должно принять значение (если оно существует), при котором первая функция проходит через ноль, а две последние приходят к равенству.

128. Что касается сначала функции Δ_b, функции спроса на (B), заданной через цены товаров (A), (C), (D)..., то при $p_b = 0$ она положительна, т.е. при нулевых ценах (B) в (A), (C), (D)... Действительно, при этой цене совокупный действительный спрос на (B) равен превышению полной экстенсивной полезности над совокупным имеющимся количеством, превышению положительному, если товар (B) редкий и является частью общественного богатства. Если p_b растет и вместе с ним пропорционально все цены (B) в (A), (C), (D)..., то функция убывает, поскольку она является суммой убывающих функций. Тогда действительно товар (B) становится все более дорогим по отношению к товарам (A),

(C), (D)...; но в рамках принятой гипотезы, впрочем, при прочих равных условиях, невозможно допустить, что спрос на него растет; он может лишь уменьшаться. Впрочем, всегда можно предположить достаточно большое значение p_b, даже бесконечное, т.е. достаточно высокие цены (B) в (A), (C), (D)..., чтобы спрос был нулевым.

Что касается затем функции Ω_b, функции предложения (B) в обмен на (A), (C), (D)..., то она равна нулю при $p_b = 0$ и даже при некоторых положительных значениях p_b, т.е. при нулевых и даже положительных ценах (B) в (A), (C), (D)... Действительно, точно так, как всегда можно допустить цены (B) в (A), (C), (D)... достаточно высокими, чтобы спрос на него был нулевым, можно также допустить цены (A), (C), (D)... в (B) достаточно высокими, чтобы спрос на них был нулевым, случай, при котором предложение (B) равно нулю.

Если p_b растет и вместе с ним пропорционально все цены (B) в (A), (C), (D)..., то функция последовательно является возрастающей и убывающей, поскольку она суть сумма последовательно возрастающих и убывающих функций. Тогда действительно товары (A), (C), (D)... становятся все менее дорогими относительно товара (B), и спрос на них проявляет себя последовательно в то же самое время, что и сопровождающее его предложение (B). Но данное предложение не возрастает до бесконечности; оно проходит, по меньшей мере, через один максимум, который не может быть больше совокупного имеющегося количества; затем оно убывает и снова становится нулевым, если p_b становится бесконечно большим, т.е. если (A), (C), (D)... бесплатны.

129. В этих условиях, — если только D_b не стало равным нулю до того, как перестало быть равным нулю O_b, случай, при котором нет решения, но такого случая не бывает, когда среди обменивающихся лиц есть держатели нескольких товаров, — существует некоторое значение p_b, при котором O_b и D_b равны. Чтобы найти это значение, надо увеличивать p'_b, если при цене p'_b имеем $Y' > 0$, или $D'_b > O'_b$, и уменьшать p'_b, если при цене p'_b имеем $Y' < 0$, или $O'_b > D'_b$. Таким путем получаем уравнение

$$F_b(p''_b, p'_c, p'_d...) = 0.$$

После того как эта операция проведена, неравенство

$$F_c(p'_b, p'_c, p'_d...) \gtrless 0$$

превращается в

$$F_c(p''_b, p'_c, p'_d...) \gtrless 0,$$

но можно получить уравнение

$$\mathrm{F_c}(\mathrm{p''_b}, \mathrm{p''_c}, \mathrm{p'_d}\ldots) = 0$$

увеличивая или уменьшая p'_c в зависимости от того, имеем ли мы при цене p'_c $Z' > 0$, т.е. $D'_c > O'_c$, или же $Z' < 0$, или $O'_c > D'_c$.

Таким же образом получаем уравнение

$$\mathrm{F_d}(\mathrm{p''_b}, \mathrm{p''_c}, \mathrm{p''_d}\ldots) = 0;$$

и так далее.

130. После того как выполнены все эти операции, имеем

$$F_b(p''_b, p''_c, p''_d\ldots) \gtrless 0;$$

и следует установить, что данное неравенство ближе к равенству, нежели исходное неравенство

$$F_b(p'_b, p'_c, p'_d\ldots) \gtrless 0.$$

Итак, представляется вероятным, если учесть, что замена p'_b на p''_b, приведшая последнее неравенство к равенству, имела как прямое следствие — в том, что касается, по крайней мере, спроса на (B), — изменение в одном направлении, в то время как замена p'_c на p''_c, p'_d на $p''_{d\ldots}$, удалявшие предыдущее неравенство от равенства, имела косвенные следствия, которые — по крайней мере в том, что касается спроса на (B) — означали изменение в обратном направлении и до определенной степени эти изменения компенсировали друг друга. По этой причине система новых цен p''_b, p''_c, p''_d...ближе к равновесию, чем система старых цен p'_b, p'_c, $p'_{d\ldots}$, и достаточно продолжать следовать тому же методу, чтобы все больше и больше приближать ее к равновесию.

Таким образом, мы пришли к тому, чтобы сформулировать закон установления равновесных цен в случае обмена нескольких товаров между собой с участием счетного товара следующим образом: *если даны несколько товаров, чей обмен происходит с участием счетного товара, то, чтобы по данным товарам достигалосьь равновесие на рынке, или устанавливалась стационарная цена всех этих товаров в счетном товаре, необходимо и достаточно, чтобы при этих ценах действительный спрос по каждому товару был равен его действительному предложению. Если этого равенства нет, то необходимо — для достижения равновесных цен — повышать цену товаров, действительный спрос на которые больше их действительного предложения, и понижать цену товаров, чье действительное предложение больше действительного спроса.*

Урок 13

Закон изменения цен товаров

Содержание: 131. Аналитическое определение обмена нескольких товаров друг на друга. 132. Тождественность отношения редкостей двух каких-либо товаров для всех обменивающихся лиц в состоянии общего равновесия. 133, 134. Пропорциональность меновых стоимостей редкостям. Замечание, относящееся к случаю дискретности кривых потребности. Замечание, относящееся к случаю нулевого спроса или предложения, равного имеющемуся количеству. 135. Средние редкости. 136. Неопределенные и произвольные члены меновой стоимости. 137. Изменение цен в силу изменения полезности и изменения количества. Сохранение цен при одновременном изменении полезности и количества. 138. О так называемом *законе предложения и спроса*.

131. Из предшествующего изложения вполне определенно следует, что для нескольких товаров, как и для двух, необходимыми и достаточными элементами установления текущих, или равновесных, цен являются уравнения полезности, или потребности в товарах со стороны обменивающихся лиц (уравнения, которые всегда могут быть представлены кривыми) и количества товаров, имеющихся у держателей. Из этих составных элементов всегда математически следуют: 1) уравнения частичного или полного спроса или предложения; 2) текущие, или равновесные, цены. Однако к двум условиям максимального удовлетворения, с одной стороны, и единичного соотношения цен двух каких-либо товаров при равенстве совокупных предложения и спроса одного в другом, здесь надо добавить условие общего равновесия цен.

Таким образом: *обмен нескольких товаров друг на друга на рынке, где действует свободная конкуренция, есть операция, с помощью которой все держатели или одного, или нескольких, или всех товаров могут получить максимальное удовлетворение своих потребностей, совместимое с тем условием, что не только два некоторых товара обмениваются один на другой в общей и одинаковой пропорции, но и что, кроме того, эти два товара обмениваются на какой-либо третий в соответствии с двумя пропорциями, отношение которых равно первой.*

132. Если цены были объявлены в счетном товаре, то условие общего равновесия было выполнено ipso facto (в силу самого этого факта). Иначе говоря, условие было выполнено посредством арбитражных операций. Следует представить себе их точный результат.

Пусть обменивающееся лицо (1) — держатель (A), лицо (2) — держатель (B), лицо (3)- держатель (C); пусть $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, $r_{c,1}$, $r_{d,1}$... $r_{a,2}$, $r_{b,2}$, $r_{c,2}$, $r_{d,2}$... $r_{a,3}$, $r_{b,3}$, $r_{c,3}$, $r_{d,3}$... — редкости товаров (A), (B), (C), (D)... для этих трех лиц; и пусть — пока — эти редкости есть изменяющиеся редкости, соответствующие изменяющимся ценам. При допущении, что арбитражные операции не могут иметь места, условие максимального удовлетворения выражалось бы следующим образом:

$$p_{b,a} = \frac{r_{b,1}}{r_{a,1}}, \qquad p_{c,a} = \frac{r_{c,1}}{r_{a,1}}, \qquad p_{c,a} = \frac{r_{d,1}}{r_{a,1}} \ldots$$

$$p_{a,b} = \frac{r_{a,2}}{r_{b,2}}, \qquad p_{c,b} = \frac{r_{c,2}}{r_{a,2}}, \qquad p_{d,b} = \frac{r_{d,2}}{r_{b,2}} \ldots$$

$$p_{a,c} = \frac{r_{a,3}}{r_{c,3}}, \qquad p_{b,c} = \frac{r_{b,3}}{r_{c,3}}, \qquad p_{d,c} = \frac{r_{d,3}}{r_{c,3}} \ldots$$

Допустим теперь, что арбитражные операции возможны, и рассмотрим только три товара (A), (B) и (C) и трех обменивающихся лиц (1), (2) и (3). Еще до арбитражных операций в силу обратной взаимосвязи цен мы имели:

$$\frac{r_{b,1}}{r_{a,1}} = p_{b,a} = \frac{1}{p_{a,b}} = \frac{r_{b,2}}{r_{a,2}},$$

$$\frac{r_{c,1}}{r_{a,1}} = p_{c,a} = \frac{1}{p_{a,c}} = \frac{r_{c,3}}{r_{a,3}},$$

$$\frac{r_{c,2}}{r_{b,2}} = p_{c,b} = \frac{1}{p_{b,c}} = \frac{r_{c,3}}{r_{b,3}}.$$

Более того, после арбитражных операций в состоянии общего равновесия имеем:

$$\frac{r_{b,2}}{r_{a,2}} = p_{b,a} = \frac{p_{b,c}}{p_{a,c}} = \frac{r_{b,3}}{r_{a,3}},$$

$$\frac{r_{c,1}}{r_{a,1}} = p_{c,a} = \frac{p_{c,b}}{p_{a,b}} = \frac{r_{c,2}}{r_{a,2}},$$

$$\frac{r_{c,2}}{r_{b,2}} = p_{c,b} = \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}} = \frac{r_{c,1}}{r_{b,1}}.$$

Если отметить, что рассуждение, относящееся к трем товарам (A), (B) и (C) и трем обменивающимся лицам (1), (2) и (3), может быть распространено на все товары и на всех обменивающихся лиц, то мы видим, что: — К*огда рынок находится в состоянии общего равновесия, то отношение редкостей двух некоторых товаров, равное цене одного товара в другом, является таким же самым для всех обладателей данных двух товаров.*

133. Если v_a, v_b, v_c, v_d... есть меновые стоимости товаров (A), (B), (C), (D)..., а $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, $r_{c,1}$, $r_{d,1}$... $r_{a,2}$, $r_{b,2}$, $r_{c,2}$, $r_{d,2}$... $r_{a,3}$, $r_{b,3}$, $r_{c,3}$, $r_{d,3}$... есть редкости этих товаров для обменивающихся лиц (1), (2) и (3) после обмена, то мы имеем

$$p_b = \frac{r_{b,1}}{r_{a,1}} = \frac{r_{b,2}}{r_{a,2}} = \frac{r_{b,3}}{r_{a,3}} = \ldots$$

$$p_c = \frac{r_{c,1}}{r_{a,1}} = \frac{r_{c,2}}{r_{a,2}} = \frac{r_{c,3}}{r_{a,3}} = \ldots$$

$$p_d = \frac{r_{d,1}}{r_{a,1}} = \frac{r_{d,2}}{r_{a,2}} = \frac{r_{d,3}}{r_{a,3}} = \ldots$$

. . . .

что можно также выразить следующим образом:

$$\begin{array}{c} v_a : v_b : v_c : v_d \\ \begin{bmatrix} r_{a,1} : r_{b,1} : r_{c,1} : r_{d,1} \\ r_{a,2} : r_{b,2} : r_{c,2} : r_{d,2} \\ r_{a,3} : r_{b,3} : r_{c,3} : r_{d,3} \end{bmatrix} \end{array}$$

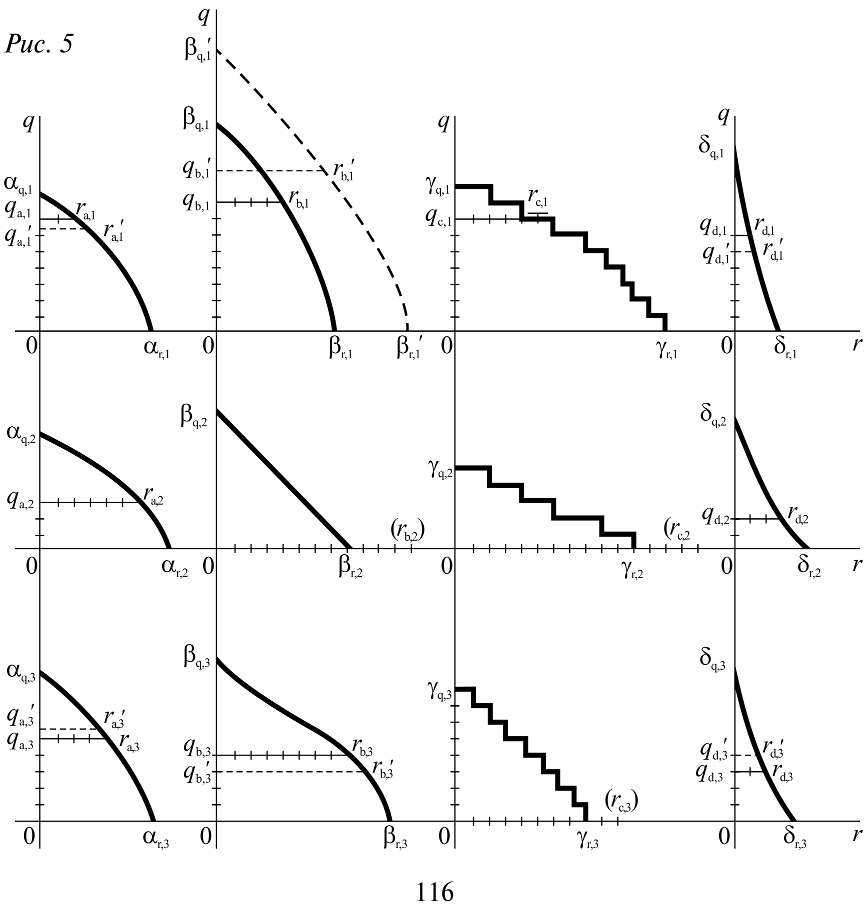
До сих пор, формулируя и решая уравнения обмена, мы рассматривали лишь случай с товарами, которые могут потребляться в бесконечно малых количествах, и кривые полезности, или потребности, которых непрерывны. Но нужно также подумать о случае с товарами, которые естественно потребляются единицами и чьи кривые полезности или потребности дискретны. Это весьма частый случай: мебель, одежда и т.д. Всегда есть заметная разница в интенсивности между полезностью первой кровати, первого фрака, первой шляпы, первой пары туфель и полезностью второго предмета того же рода, между полезностью второго предмета и третьего, и т.д. Иногда эта разница даже значительна. Так, первая пара костылей для хромого, первая пара очков для близорукого, первая скрипка для профессионального музыканта, можно сказать, необходимы; вторая пара костылей или очков, вторая скрипка в некотором роде излишни. Во всяком случае, как для нескольких, так и для двух товаров надо бы проставлять в таблицах редкостей, подчеркивая их, пропорциональные члены, которые были бы примерно равны средним величинам интенсивностей последних удовлетворенных потребностей и первых неудовлетворенных потребностей.

Здесь также возможно, что, кроме того, среди редкостей данного обменивающегося лица не хватает одного или нескольких членов. Это будет иметь место всякий раз, когда данное лицо, не будучи держателем товара, не будет предъявлять на него спрос по текущей цене или, будучи его держателем, будет предлагать его в полном объеме имеющегося количества. Богатыми будут те, у кого последние удовлетворенные потребности будут многочисленны и малоинтенсивны, а бедными будут те, у кого последние удовлетворенные потребности будут, напротив, малочисленны и интенсивны. И здесь также — как для нескольких, так и для двух товаров — было бы уместным проставлять в вышеуказанных таблицах, ставя их в скобки, члены, которые следует получить, умножая цену непотребленного товара в некотором другом потребленном товаре на редкость этого последнего.

Имея в виду эту двойную оговорку, можно сформулировать следующую теорему: — *Меновые стоимости пропорциональны редкостям.*

134. Пусть даны, с одной стороны, (A), (B), (D) — товары, могущие потребляться в бесконечно малых количествах; пусть, следовательно, $a_{r,1}a_{q,1}$, $a_{r,2}a_{q,2}$, $a_{r,3}a_{q,3}$, $b_{r,1}b_{q,1}$, $b_{r,2}b_{q,2}$, $b_{r,3}b_{q,3}$, $d_{r,1}d_{q,1}$, $d_{r,2}d_{q,2}$, $d_{r,3}d_{q,3}$ (рис. 5) — непрерывные кривые полезности или потребности этих товаров для держателей (1), (2), (3). Пусть, с другой стороны, (C) — товар, потребляемый в естественном виде единицами и пусть, следовательно, $g_{r,1}g_{q,1}$, $g_{r,2}g_{q,2}$,

Рис. 5



$g_{r,3}g_{q,3}$ — дискретные кривые полезности, или потребности, этого товара для обменивающихся лиц (1), (2), (3). Пусть 2; 2,5; 0,5 — цены товаров (B), (C), (D) в (A).

В примере на нашем рисунке обменивающееся лицо (1) — богатый человек, потребляющий (A), (B), (C), (D) в количествах 7, 8, 7, 6 и достигающий малых показателей редкости 2, 4, 6, 1, обеспечивая себе значительную общую сумму действительной полезности, представленную суммой площадей $Oq_{a,1}r_{a,1}a_{r,1}$, $Oq_{b,1}r_{b,1}b_{r,1}$, $Oq_{c,1}r_{c,1}g_{r,1}$, $Oq_{d,1}r_{d,1}d_{r,1}$. Редкости товаров (A), (B), (D) — 2, 4, 1 — строго пропорциональны ценам 1, 2, 0,5. Редкость (C) — 6 — должна быть заменена подчеркнутым числом $5 = 2 \times 2{,}5$, находящимся в промежутке между интенсивностью 6 последней удовлетворенной потребности и интенсивностью 4 первой неудовлетворенной потребности в (C).

Обменивающееся лицо (2) — бедный человек, потребляющий (A), (D) в количестве 3, 2 и достигающий высоких показателей редкости в 6, 3, доставляя себе ограниченную общую сумму действительной полезности, представленную суммой площадей $Oq_{a,2}r_{a,2}a_{r,2}$, $Oq_{d,2}r_{d,2}d_{r,2}$, но лишающий себя товаров (B), (C) в силу того, что числа $12 = 6 \times 2$, $15 = 6 \times 2.5$, которые должны были бы фигурировать в ряду редкостей, превышают показатели интенсивности 8, 11 первых подлежащих удовлетворению потребностей в этих товарах.

А обменивающееся лицо (3) — просто человек с достатком, потребляющий (A), (B), (D) в количестве 5, 4, 3 и достигающий средних показателей редкости в 4, 8, 2, доставляя себе обычную общую сумму действительной полезности, представленную суммой площадей $Oq_{a,3}r_{a,3}a_{r,3}$, $Oq_{b,3}r_{b,3}b_{r,3}$, $Oq_{d,3}r_{d,3}d_{r,3}$, но лишающий себя товара (C) в силу того, что число $10 = 4 \times 2.5$, которое должно было бы фигурировать в ряду редкостей, превышает интенсивность в 8 единиц первой подлежащей удовлетворению потребности в этом товаре.

Проставляя в скобках эти пропорциональные числа, соответствующие потенциальным (виртуальным), а не действительным редкостям, получаем таблицу:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & 1 & : & 2 & : & 2.5 & : & 0.5 \\
:: & 2 & : & 4 & : & 5 & : & 1 \\
:: & 6 & : & (12) & : & (15) & : & 3 \\
:: & 4 & : & 8 & : & (10) & : & 2
\end{array}
$$

135. Пропорция средних показателей редкости является, как нам известно, такой же, что и индивидуальных показателей. Необходимо только учитывать — при установлении средних величин — подчеркнутые пропорциональные числа и пропорциональные числа в скобках. При

этом условии и если средние показатели редкости товаров (A), (B), (C), (D)... обозначить через R_a, R_b, R_c, R_d..., то уравнения

$$p_b = \frac{v_b}{v_a}, \qquad p_c = \frac{v_c}{v_a}, \qquad p_d = \frac{v_d}{v_a} \ldots$$

можно заменить уравнениями

$$p_b = \frac{R_b}{R_a}, \qquad p_c = \frac{R_c}{R_a}, \qquad p_d = \frac{R_d}{R_a} \ldots$$

которые имеют решающее значение для решения основных экономических проблем.

136. Факт меновой стоимости, являющийся столь сложным, особенно когда речь идет о нескольких товарах, предстает здесь, наконец, в своем истинном свете. Что такое v_a, v_b, v_c, v_d...? Не что иное, как неопределенные и произвольные величины, о которых можно сказать, что только их отношение представляет собой общее и одинаковое отношение редкостей всех товаров для всех обменивающихся лиц в состоянии общего равновесия рынка, а числовое выражение могут получить, следовательно, только отношения показателей попарно, равные отношениям редкостей товаров попарно для какого-либо обменивающегося лица. Таким образом, меновая стоимость остается, по своей сути, фактом относительным, имеющим всегда своей причиной редкость, которая только и является фактом абсолютным*. И все же, поскольку для каждого обменивающегося лица имеется самое большее m редкостей m товаров, то в состоянии равновесия на рынке имеется также самое большее m неопределенных членов меновой стоимости данных m товаров, комбинация которых попарно дает $m(m-1)$ цен этих товаров между собой. Данное обстоятельство позволяет — в некоторых случаях — вставлять в расчеты сами эти произвольные величины вместо их отношений. Есть даже искушение пойти несколько дальше и воспользоваться этим, дабы сказать, что в состоянии общего равновесия *каждый товар имеет на рынке только одну меновую стоимость по отношению ко всем остальным товарам*. Но такая манера изложения, видимо, уводила бы слишком в сторону абсолютной стоимости; и лучше выразить данный факт, пользуясь терминами теоремы общего равновесия (§ 111) или аналитического определения обмена (§ 131).

137. Если полезности и имеющиеся количества всегда являются причинами и исходными условиями установления цен, то они — в силу са-

* Различение между меновой стоимостью, фактом *относительным и объективным*, и редкостью, фактом абсолютным и субъективным, есть строгое выражение различения между *меновой* стоимостью и стоимостью *потребительной*.

мого этого факта — всегда являются также причинами и исходными условиями изменения этих цен.

Допустим, что равновесие установлено, а различные обменивающиеся лица обладают соответствующими количествами (A), (B), (C), (D)..., которые при ценах p_b, p_c, p_d (B), (C), (D)... в (A) приносят им максимальное удовлетворение. Впрочем, будем всегда применять выражения *увеличение* и *уменьшение полезности* к перемещениям кривой потребности, которые дадут в результате увеличение или уменьшение интенсивности последней удовлетворенной потребности, или редкости, после обмена. И, разумеется, предположим увеличение полезности (B), т.е. перемещение кривой потребности в (B), откуда проистекает увеличение редкости (B) для некоторых обменивающихся лиц. Для этих индивидов более нет максимального удовлетворения. Напротив, для них выгодно — при ценах p_b, p_c, p_d — предъявить спрос на (B), предлагая (A), (C), (D)... Но поскольку при ценах p_b, p_c, p_d имелось равенство предложения и спроса по всем товарам (A), (B), (C), (D)..., то при этих ценах будет иметь место избыток спроса над предложением (B) и избыток предложения над спросом по товарам (A), (C), (D)..., откуда — повышение p_b. Но тогда и остальные обменивающиеся лица не получат максимального удовлетворения. Напротив, для них будет выгодно — при цене (B) в (A), превышающей p_b, — предлагать (B), предъявляя спрос на (A), (C), (D)... Равновесие восстановится, когда предложение и спрос по всем товарам (A), (B), (C), (D)... будут равны. Так, увеличение полезности (B) для наших индивидов имело сначала результатом повышение цены (B). Оно могло бы также иметь результатом изменение цен (C), (D)...Но, во-первых, этот второй результат будет менее ощутимым, чем первый, если на рынке очень много других товаров, помимо (B), и если, следовательно, количество каждого из них, обмениваемое на (B), весьма мало. И, во-вторых, ничто не указывает на то, в какую сторону — повышения или понижения — произошли эти изменения цен (C), (D)..., ни даже на то, имели ли они место, как можно в этом убедиться, изучая положение с показателями редкости, когда после дополнительного обмена установилось новое равновесие. Во время этой операции у всех обменивающихся лиц неизбежно возрастут отношения редкостей (B) к редкостям (A): они возрастут в силу увеличения редкостей (B) и уменьшения редкостей (A) у тех, для кого полезность (B) не изменилась и кто перепродал (B) и вновь купил (A), (C), (D)..., они возрастут в силу увеличения редкостей (A) и еще большего увеличения редкостей (B) у тех, для кого полезность (B) увеличилась и кто прикупил (B) и перепродал (A), (C), (D)... Что касается отношений редкостей (C), (D)... к редкостям (A), то одни из них возрастут, другие уменьшатся, третьи, наконец, сохранят то же значение; следовательно, среди цен (C), (D)... одни возрастут, другие упадут, третьи останутся стационарными. Следует отметить, что, коротко говоря, редкости (B) увеличились у всех обменивающихся лиц, так что его средняя редкость возросла, в то время как редкости (A), (C), (D)... увеличились у одних и снизились у других, так что средняя редкость изменилась мало. Если угодно, описанные выше явления можно представить графически для одного обменивающегося лица каждой категории. Например, на нашем рисунке 5, после того как полезность (B) увеличилась для лица (1), оно закупило товар (B) и продало (A) и (D); лицу (2) не надо был делать ничего; а лицо (3) продало (B) и купило (A) и (D). Таковы результаты увеличения полезности (B); уменьшение данной полезности имело бы, естественно, обратные результаты, т.е. понижение цены (B) и малозаметное изменение цен (C), (D)...

Достаточно взглянуть на кривые потребности, чтобы увидеть, что увеличение имеющегося количества имеет результатом уменьшение редкости, а уменьшение количества — увеличение редкости. Впрочем, если редкость уменьшается или увеличивается, то, как мы только что видели, цена снижается или повышается. Последствия изменения имеющегося количества, таким образом, просто-напросто обратны последствиям изменения полезности, и мы можем сформулировать искомый нами закон в следующих выражениях:

— Если даны несколько товаров в состоянии общего равновесия на рынке, где обмен происходит с участием счетного товара и если, при прочих равных условиях, полезность одного из этих товаров увеличивается или уменьшается для одного или нескольких обменивающихся лиц, то цена этого товара, выраженная в счетном товаре, повышается или понижается.

Если, впрочем, также при прочих равных условиях, количество одного из этих товаров увеличивается или уменьшается у одного или нескольких держателей, то цена этого товара понижается или повышается.

Заметим, что изменение цен обязательно указывает на изменение элементов этих цен, в то время как неизменность цен не обязательно указывает на неизменность их элементов. Действительно, мы можем без дополнительного доказательства сформулировать также следующую двойственную теорему:

Если даны несколько товаров и если полезность и количество одного из них относительно одного или нескольких обменивающихся лиц или держателей варьируют таким образом, что редкости не изменяются, то цена товара не меняется.

Если полезность и количество всех товаров относительно одного или нескольких обменивающихся лиц или держателей варьируют таким образом, что отношения редкостей не изменяются, то цены не изменяются.

138. Таков *закон изменения равновесных цен*; добавив его к *закону установления равновесных цен* (§ 130), мы получим то, что в политической экономии называется ЗАКОНОМ ПРЕДЛОЖЕНИЯ И СПРОСА, фундаментальный закон, но в отношении которого до сих пор высказывались лишь либо ошибочные, либо лишенные смысла положения. Так,

иногда говорится: «Цена вещей определяется отношением предложения и спроса», имея тем самым в виду прежде всего установление цен; а иногда: «Цена вещей изменяется прямо пропорционально спросу и обратно пропорционально предложению», имея тем самым в виду прежде всего изменение цен. Но чтобы придать обоим этим положениям, образующим одно целое, какое-либо значение, надо было бы сначала определить предложение и спрос. И тогда, определяем ли мы предложение либо через действительное предложение, либо через имеющееся или наличное количество, а спрос — либо через действительный спрос, либо через или экстенсивную, или интенсивную полезность, или через ту и другую вместе, либо через потенциальную полезность, если понимать слово «отношение» в математическом смысле как частное от деления, то совершенно очевидно, что цена не является в большей мере отношением спроса к предложению, чем отношением предложения к спросу, что она варьирует в прямой пропорции к спросу и в обратной пропорции к предложению не больше, чем в прямой пропорции к предложению и в обратной пропорции к спросу. Я возьму поэтому на себя смелость утверждать, что вплоть до сего дня фундаментальный закон политической экономии не только никогда не был доказан, но не был даже правильно сформулирован. Позволю себе к этому добавить: для того чтобы дать формулировку и доказательство данного закона или обоих законов, из которых он состоит, было необходимо определить действительное предложение, действительный спрос и исследовать отношение действительных предложения и спроса к цене, определить редкость и исследовать также отношение редкости к цене, а все это невозможно сделать без использования языка, метода и принципов математики.

Отсюда, в конечном счете, вытекает, что математическая форма является для чистой политической экономии не только возможной формой, но формой обязательной и необходимой. Более того, полагаю, что по этому поводу ни у кого из читателей, дошедших со мной до этого места, не может остаться ни малейшего сомнения.

Урок 14

Теорема эквивалентного распределения. Об инструменте измерения и меновом посреднике

Содержание: 139. Изменение в распределении товаров между обменивающимися лицами. Условие эквивалентности имеющихся у них количеств. Условие равенства совокупных существующих количеств. 140. Частичный спрос или предложение в соответствии с условием максимального удовлетворения. 141. Количества, запрашиваемые и предлагаемые каждым обменивающимся лицом, всегда эквивалентны. 142. Совокупный спрос и совокупное предложение всех товаров всегда равны. 143. Следовательно, текущие цены не изменяются при двух условиях эквивалентности имеющихся количеств и равенства совокупных количеств. 144. Необходимость обоих условий.
145. Счетный товар, Эталон, Смена эталона. 146. Рациональное толкование цены; вульгарное толкование. Двойная ошибка при вульгарном толковании: 1) стоимость эталона не является постоянной и неизменной стоимостью; 2) нет ничего, что могло бы быть стоимостью эталона. 147. Эталон не является стоимостью некоторого количества счетного товара, он само это количество. 148. Деньги. 149, 150. Обмен богатства посредством денег.

139. Товары (A), (B), (C), (D)..., имеющиеся во владении у обменивающихся лиц (1), (2), (3)... в количествах $q_{a,1}$, $q_{b,1}$, $q_{c,1}$, $q_{d,1}$... $q_{a,2}$, $q_{b,2}$, $q_{c,2}$, $q_{d,2}$... $q_{a,3}$, $q_{b,3}$, $q_{c,3}$, $q_{d,3}$..., существуют соответственно в их совокупных количествах

$$Q_a = q_{a,1} + q_{a,2} + q_{a,3} + \ldots$$

$$Q_b = q_{b,1} + q_{b,2} + q_{b,3} + \ldots$$

$$Q_c = q_{c,1} + q_{c,2} + q_{c,3} + \ldots$$

$$Q_d = q_{d,1} + q_{d,2} + q_{d,3} + \ldots$$

. . . .

И — в рамках этих количественных условий вместе с условиями потенциальной полезности, определяемыми через уравнения полезности или потребности — данные товары обмениваются друг на друга по ценам общего равновесия p_b, p_c, p_d...

Допустим теперь, что эти же товары (A), (B), (C), (D)... распределены между теми же самыми обменивающимися лицами (1), (2), (3)... иным образом, но тем не менее так, что суммы новых имеющихся у каждого из них количеств $q'_{a,1}$, $q'_{b,1}$, $q'_{c,1}$, $q'_{d,1}$... $q'_{a,2}$, $q'_{b,2}$, $q'_{c,2}$, $q'_{d,2}$... $q'_{a,3}$, $q'_{b,3}$, $q'_{c,3}$, $q'_{d,3}$... эквивалентны суммам исходных количеств, т.е. так, что имеем

$$
[1] \quad
\begin{aligned}
&q_{a,1} + q_{b,1}p_b + q_{c,1}p_c + q_{d,1}p_d + \ldots \\
&\qquad = q'_{a,1} + q'_{b,1}p_b + q'_{c,1}p_c + q'_{d,1}p_d + \ldots \\
&q_{a,2} + q_{b,2}p_b + q_{c,2}p_c + q_{d,2}p_d + \ldots \\
&\qquad = q'_{a,2} + q'_{b,2}p_b + q'_{c,2}p_c + q'_{d,2}p_d + \ldots \\
&q_{a,3} + q_{b,3}p_b + q_{c,3}p_c + q_{d,3}p_d + \ldots \\
&\qquad = q'_{a,3} + q'_{b,3}p_b + q'_{c,3}p_c + q'_{d,3}p_d + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Допустим, кроме того, что совокупные наличные количества не изменились, или что товары (A), (B), (C), (D)... имеются в полном объеме

$$
[2] \quad
\begin{aligned}
Q_a &= q'_{a,1} + q'_{a,2} + q'_{a,3} + \ldots \\
Q_b &= q'_{b,1} + q'_{b,2} + q'_{b,3} + \ldots \\
Q_c &= q'_{c,1} + q'_{c,2} + q'_{c,3} + \ldots \\
Q_d &= q'_{d,1} + q'_{d,2} + q'_{d,3} + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Я утверждаю, что в рамках этих новых условий относительно имеющегося количества вместе с прежними условиями потенциальной полезности цены p_b, p_c, p_d... будут оставаться — теоретически и практически — равновесными.

140. Возьмем — среди всех обменивающихся — лицо (1) и предположим, что оно приобретает по этим ценам товары (A), (B), (C), (D)... соответственно в количествах x'_1, y'_1, z'_1, w'_1... так, что он оказывается в целом обладателем количеств

$$
[3] \quad
\begin{aligned}
q'_{a,1} + x'_1 &= q_{a,1} + x_1, \\
q'_{b,1} + y'_1 &= q_{b,1} + y_1, \\
q'_{c,1} + z'_1 &= q_{c,1} + z_1, \\
q'_{d,1} + w'_1 &= q_{d,1} + w_1, \\
&\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

данное лицо получит тем самым максимальное удовлетворение своих потребностей, поскольку, разумеется, будет удовлетворяться система уравнений

$$\varphi_{b,1}(q'_{b,1}+y'_1)=p_b\varphi_{a,1}(q'_{a,1}+x'_1),$$

$$\varphi_{c,1}(q'_{c,1}+z'_1)=p_c\varphi_{a,1}(q'_{a,1}+x'_1),$$

$$\varphi_{d,1}(q'_{d,1}+w'_1)=p_d\varphi_{a,1}(q'_{a,1}+x'_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Обменивающиеся лица (2), (3)... также получат максимальное удовлетворение своих потребностей, если приобретут по указанным ценам товары (A), (B), (C), (D)... в количествах x'_2, y'_2, z'_2, w'_2... x'_3, y'_3, z'_3, w'_3..., так что станут в целом обладателями количеств

[3]

$$q'_{a,2}+x'_2=q_{a,2}+x_2,$$

$$q'_{b,2}+y'_2=q_{b,2}+y_2,$$

$$q'_{c,2}+z'_2=q_{c,2}+z_2,$$

$$q'_{d,2}+w'_2=q_{d,2}+w_2,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

[3]

$$q'_{a,3}+x'_3=q_{a,3}+x_3,$$

$$q'_{b,3}+y'_3=q_{b,3}+y_3,$$

$$q'_{c,3}+z'_3=q_{c,3}+z_3,$$

$$q'_{d,3}+w'_3=q_{d,3}+w_3,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Остается только показать: 1) что — при оговоренных условиях — эти обменивающиеся лица могут предъявлять спрос или предлагать такие количества; 2) что — при тех же самых условиях — действительный совокупный спрос по каждому товару равен его действительному совокупному предложению.

141. Итак, согласно системе [1], мы имеем прежде всего

$$q_{a,1}-q'_{a,1}+(q_{b,1}-q'_{b,1})p_b+(q_{c,1}-q'_{c,1})p_c+(q_{d,1}-q'_{d,1})p_d+\ldots=0,$$

уравнение, которое в соответствии с системой [3] может быть представлено в форме

$$x_1' - x_1 + (y_1' - y_1)p_b + (z_1' - z_1)p_c + (w_1' - w_1)p_d + ... = 0.$$

И, так как мы уже имеем

$$x_1 + y_1 p_b + z_1 p_c + w_1 p_d + ... = 0,$$

мы также имеем

$$x_1' + y_1' p_b + z_1' p_c + w_1' p_d + ... = 0.$$

Впрочем, по той же самой причине мы имеем

$$x_2' + y_2' p_b + z_2' p_c + w_2' p_d + ... = 0,$$

$$x_3' + y_3' p_b + z_3' p_c + w_3' p_d + ... = 0,$$

. . . .

и, следовательно, сумма количеств товаров (A), (B), (C), (D)... , на которые предъявляют спрос лица (1), (2), (3).., при определенных выше условиях эквивалентна сумме предлагаемых ими количеств этих товаров.

142. С другой стороны, складывая должным образом друг с другом уравнения системы [3], имеем

$$x_1' + x_2' + x_3' + ... =$$

$$= q_{a,1} + q_{a,2} + q_{a,3} + ... - (q_{a,1}' + q_{a,2}' + q_{a,3}' + ...) + x_1 + x_2 + x_3 + ...$$

И, так как у нас уже есть

$$X = x_1 + x_2 + x_3 + ... = 0,$$

и так как к тому же

$$q_{a,1}' + q_{a,2}' + q_{a,3}' + ... = q_{a,1} + q_{a,2} + q_{a,3} + ...$$

то мы, следовательно, также имеем

$$X' = x_1' + x_2' + x_3' + ... = 0,$$

Подобным же образом получаем

$$Y' = y_1' + y_2' + y_3' + ... = 0,$$

$$Z' = z'_1 + z'_2 + z'_3 + \ldots = 0,$$

$$W' = w'_1 + w'_2 + w'_3 + \ldots = 0,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

и, следовательно, совокупный действительный спрос и совокупное действительное предложение по каждому товару равны.

143. Цены p_b, p_c, p_d являются, следовательно, — теоретически — после изменения в распределении, как и до него, равновесными. А поскольку механизм конкуренции на рынке является не чем иным, как практическим определением расчетных цен, то отсюда следует: — Е*сли на рынке даны несколько товаров в состоянии общего равновесия, то текущие цены этих товаров не изменятся, если их соответствующие количества перераспределятся среди обменивающихся лиц некоторым образом, но так, чтобы сумма количеств, имеющихся у каждого из этих лиц, оставалась все время эквивалентной.*

144. В ходе всего этого доказательства мы предполагали, что Q_a, Q_b, Q_c, Q_d... не изменяются. Следовательно, если количество товаров (A), (B), (C), (D)..., имеющихся у держателя, например, у держателя (1), изменилось в большую или меньшую сторону, то очевидно, что количество этих товаров, имеющееся у одного или нескольких других держателей, например, у держателя (2) или (3), должно измениться в меньшую или большую сторону в тех же пределах, чтобы выполнялось условие постоянства совокупных количеств. Очевидно, что если товары имеются на рынке в значительных количествах и если обменивающиеся лица весьма многочисленны, то изменение в пределах условия эквивалентности количеств товаров, имеющихся у одного держателя, без соответствующего изменения количеств, имеющихся у кого-либо другого, не оказало бы на цены никакого заметного влияния и могло бы рассматриваться как ничего не значащее ни в положении держателя, ни в общем положении на рынке. В этом — проявление закона больших чисел, из которого в ряде случаев можно извлечь пользу. Но здесь мы хотим остаться на почве математической строгости; и чтобы утверждать, что цены совершенно не меняются, нам необходимо предположить выполненными оба условия эквивалентности имеющихся количеств и постоянства совокупных количеств.

145. Теорема общего равновесия рынка могла бы быть выражена в следующих терминах:

— В состоянии общего равновесия рынка $m(m-1)$ цен, регулирующих обмен m товаров, взятых попарно, в неявном виде (имплицитно) определяются посредством $m-1$ цен, регулирующих обмен каких-либо $m-1$ из этих товаров на m-й товар.

Таким образом, в состоянии общего равновесия можно полностью определить положение рынка, соотнося стоимости всех товаров со стоимостью одного из них. Этот последний товар называется *счетным*, а единица его количества — *эталоном*. Соотнеся, таким образом, стоимости (A), (B), (C), (D)... со стоимостью (A), получаем ряд цен:

$$p_{a,a} = 1, \qquad p_{b,a} = \mu, \qquad p_{c,a} = \pi, \qquad p_{d,a} = \rho\ldots$$

Если вместо того, чтобы соотносить стоимости со стоимостью (A), мы бы соотнесли их со стоимостью (B), то имели бы ряд цен:

$$p_{a,b} = \frac{1}{\mu}, \qquad p_{b,b} = \frac{\mu}{\mu}, \qquad p_{c,b} = \frac{\pi}{\mu}, \qquad p_{d,b} = \frac{\rho}{\mu},$$

Таким образом: *чтобы перейти от одного счетного товара к другому, достаточно разделить цены, выраженные в первом из этих товаров, на цену нового эталона, выраженную в старом счетном товаре.*

146. Пусть в этой системе (A) будет серебром, а полудекаграмм (5 г) с пробой 0,9 — единицей количества серебра; пусть (B) будет пшеницей, а гектолитр — единицей количества пшеницы. Тот факт, что на рынке в состоянии общего равновесия гектолитр пшеницы свободно обменивается на 24 полудекаграмма* серебра с пробой 0,9, будет выражаться уравнением

$$p_{b,a} = 24,$$

которое должно выражаться следующим образом: — «Цена пшеницы в серебре — 24», или, если есть желание указать единицы количества, — «Цена гектолитра пшеницы — 24 полудекаграмма серебра с пробой 0,9», или иначе: «Пшеница стоит 24 полудекаграмма серебра с пробой 0,9 за гектолитр». Между этим выражением и выражением, которое мы взяли при изложении общих соображений (§ 29) из современного языка и которое звучит так: «Пшеница стоит 24 франка за гектолитр», имеется различие, состоящее в замене слова *франки* на слова *полудекаграммы серебра с пробой 0,9*. Это различие следует внимательно обсудить.

Слово *франк*, по мысли большого числа людей, аналогично словам *метр, грамм, литр* и т.д. Однако слово *метр* выражает две вещи: оно выражает прежде всего длину определенной части земного меридиана, оно выражает также фиксированную и неизменную единицу *длины*. Равным образом слово *грамм* выражает две вещи: прежде всего вес определенного количества дистиллированной воды с максимальной плотностью,

* Один декаграмм равен 10 г, соответственно один полудекаграмм равен 5 г. (Прим. перев.)

затем — постоянную и неизменную единицу *веса*. Так же обстоит дело с литром в том, что касается *емкости*. Так же — в глазах обывателя — обстоит дело с *франком*. Это слово должно, в его глазах, выражать две вещи: прежде всего стоимость определенного количества серебра с определенной пробой, затем постоянную и неизменную единицу *стоимости*.

В этом взгляде следует различать два пункта: 1) что слово *франк* выражает стоимость полудекаграмма серебра с пробой 0,9; 2) что данная стоимость, принимаемая за единицу, является постоянной и неизменной. Второй пункт представляет собой грубое заблуждение, которое никто из экономистов не разделяет. Всякий, кто хоть немного занимался политической экономией, согласится с тем, что между *метром* и *франком* имеется то существенное различие, что метр — это постоянная и неизменная единица длины, в то время как франк — это единица стоимости, которая не является ни постоянной, ни неизменной, а которая, напротив, изменяется и варьирует от пункта к пункту, от одного момента времени к другому в силу обстоятельств, по поводу которых существует большее или меньшее согласие. Поэтому не стоит терять время на опровержение данной точки зрения.

Но, хотя второй пункт снят, остается еще первый, а именно: франк — это стоимость полудекаграмма серебра с пробой 0,9, тогда как метр — это длина одной десятимиллионной части четверти земного меридиана. Франк, говорят экономисты, приверженные этой точке зрения, — это переменный метр, но это метр. Если бы все длины без исключения находились в постоянном движении изменения вследствие сжатия или расширения тел, то мы могли бы измерять их лишь в определенных пределах, но мы могли бы все же измерять их в этих пределах. Но! Все стоимости, а мы это знаем, находятся в постоянном движении изменения: это не дает нам возможности сравнивать их между собой от одного пункта к другому, от одного момента времени к другому, но не мешает сравнивать их между собой или измерять их в одном данном пункте, в данный момент времени. Мы измеряем их в данных условиях.

В этой системе, если (A) — серебро, полудекаграмм с пробой 0,9 — единица количества серебра, (B) — пшеница, а гектолитр — единица количества пшеницы, считают возможным сформулировать уравнение

$$v_{\mathrm{a}} = 1 \text{ \textit{франк}},$$

и тогда тот факт, что 1 гектолитр пшеницы свободно обменивается на рынке на 24 полудекаграмма серебра с пробой 0,9, выражается уравнением

$$v_{\mathrm{b}} = 24 \text{ \textit{франка}},$$

которое может быть сформулировано и следующим образом: — «Пшеница стоит 24 франка за гектолитр».

Но второй пункт, о котором идет речь, представляет собой заблуждение, как и первый; и в этом плане также нет никакой аналогии между стоимостью, с одной стороны, и длиной, весом, емкостью,- с другой. Когда я измеряю данную длину, например, длину фасада, есть три вещи: длина этого фасада, длина одной десятимиллионной части четверти земного меридиана и отношение первой длины ко второй, являющейся ее мерой. Чтобы была аналогия и чтобы я мог — в данном пункте, в данный момент времени — измерить таким же образом данную стоимость, например, стоимость гектолитра пшеницы, необходимо, чтобы имелись три вещи: стоимость гектолитра пшеницы, стоимость полудекаграмма серебра с пробой 0,9 и отношение первой стоимости ко второй, которая была бы ее мерой. Однако из этих трех вещей две — первая и вторая — не существуют; есть лишь третья. Наш анализ полностью это доказал: стоимость является по существу вещью относительной. Очевидно, за относительной стоимостью есть нечто абсолютное, а именно — интенсивности последних удовлетворенных потребностей, или редкости. Но эти редкости, являющиеся абсолютными и не-относительными, субъективны или персональны, но не реальны или объективны. Они в нас, а не в вещах. Невозможно, следовательно, поставить их на место меновых стоимостей. А отсюда следует, что нет ничего, что было бы *редкостью, стоимостью полудекаграмма серебра с пробой 0,9*, и что слово *франк* — это название вещи, которая не существует. Ж.-Б. Сэй прекрасно увидел эту истину, которой наука должна придерживаться.

147. Отсюда не следует, что мы не можем измерять стоимость и богатство; отсюда только следует, что нашим эталоном меры должно быть определенное количество определенного товара, а не стоимость этого количества товара.

Пусть, как и раньше, (A) будет счетным товаром, а единица счетного товара — эталоном. Что касается стоимостей, то они измеряются сами собой, поскольку их отношения прямо выступают в обратных отношениях обмененных количеств товаров. Так, отношения стоимостей (B), (C), (D)... к стоимости (A) выявятся непосредственно в числах единиц количества (A), обмененных на единицу товара (B), единицу (C), единицу (D), т.е. в ценах (B), (C), (D)... в (A).

Пусть при данных условиях $Q_{a,1}$ — это количество (A), эквивалентное общей сумме количеств (A), (B), (C), (D)..., имеющихся у обменивающегося лица (1), так что, обозначая просто через p_b, p_c, p_d... цены (B), (C), (D)... в (A), имеем

$$Q_{a,1} = q_{a,1} + q_{b,1}p_b + q_{c,1}p_c + q_{d,1}p_d + \dots$$

Согласно теореме эквивалентного распределения, мы можем изменять $q_{a,1}$, $q_{b,1}$, $q_{c,1}$, $q_{d,1}$... При условии, что новые количества удовлетворяют вышеприведенному уравнению (равно как условию равенства совокупных количеств товаров), они позволят всегда обменивающемуся лицу (1) получить на рынке при ценах p_b, p_c, p_d... те же количества (A), (B), (C), (D)..., доставляя ему — при этих же ценах — максимальное удовлетворение. $Q_{a,1}$, представляющее также все эти различные количества и количества максимального удовлетворения, является, следовательно, количеством богатства, которым обладает обменивающееся лицо (1).

Пусть при тех же самых условиях

$$Q_{a,2} = q_{a,2} + q_{b,2}p_b + q_{c,2}p_c + q_{d,2}p_d + \dots$$

$$Q_{a,3} = q_{a,3} + q_{b,3}p_b + q_{c,3}p_c + q_{d,3}p_d + \dots$$

. . . .

$Q_{a,1}$, $Q_{a,3}$... будут количествами богатства, которыми обладают обменивающиеся лица (2), (3)...Эти количества будут сравнимыми с $Q_{a,1}$ и друг с другом, так как состоят из единиц одного и того же рода.

Пусть, наконец, Q_a, Q_b, Q_c, Q_d... — совокупные количества (A), (B), (C), (D)..., имеющиеся на рынке, и пусть

$$\boldsymbol{Q_a} = Q_{a,1} + Q_{a,2} + Q_{a,3} + \dots = Q_a + Q_b p_b + Q_c p_c + Q_d p_d + \dots$$

$\boldsymbol{Q_a}$ будет общим количеством богатства, имеющимся на рынке; и это количество будет сравнимым с $Q_{a,1}$, $Q_{a,2}$, $Q_{a,3}$... и с Q_a, $Q_b p_b$, $Q_c p_c$, $Q_d \mathrm{p}_d$...

148. Такова истинная роль инструмента измерения стоимости и богатства. Но обычно тот же самый товар, служащий счетным товаром, служит также *деньгами* и играет роль посредника при обмене. Эталон счетного товара становится тогда денежным эталоном. Здесь мы имеем две функции, которые, даже объединенные вместе, отличны одна от другой; после того как первая была объяснена, нам необходимо дать представление о второй.

Пусть снова (A) будет товаром, предназначенным служить посредником при обмене. Пусть по-прежнему $p_b = m$, $p_c = p$, $p_d = r$... Этим ценам общего равновесия соответствуют, согласно условию максимального удовлетворения, действительно запрошенные количества, равные действительно предлагаемым количествам: M, P, R...N, F, H... Q, G, K... S, ϑ, L... товаров (A), (B), (C), (D)... И, при допущении о прямом обмене, данный обмен будет происходить согласно уравнениям

$$Nv_b = Mv_a, \qquad Qv_c = Pv_a, \qquad Sv_d = Rv_a\dots$$

$$Gv_c = Fv_b, \qquad Jv_d = Hv_b\dots \qquad Lv_d = Kv_c\dots$$

149. Однако, если принять гипотезу об участии денег, что, в конечном счете, ближе к реальности вещей, дело обстоит иначе. Пусть (A) — деньги, (B) — пшеница, (C) — кофе, и т.д. При реальном положении дел производитель пшеницы продает свою пшеницу за деньги, производитель кофе делает то же самое, а на полученные таким образом деньги они покупают: один — кофе, другой — пшеницу. Именно это мы здесь и предположим. Держатели (A) будут поставлены в положение посредников в силу того факта, что у них товар-деньги. Держатели (B) продадут им по цене *m* весь товар (B), который они хотят продать, исключая то, что они купят у них по ценам *p, r* весь тот товар (C), (D)..., который они хотят купить. Эти операции могут быть выражены уравнениями

$$(N + F + H + ...)v_b = (M + F\mu + H\mu + ...)v_a,$$

$$(F\mu = G\pi)v_a = Gv_c, \qquad (H\mu = J\rho)v_a = Jv_d...$$

Держатели (C), (D)... проведут аналогичные операции, которые могут быть выражены уравнениями

$$(Q + G + K + ...)v_c = (P + G\pi + K\pi + ...)v_a,$$

$$(Gp = F\mu)v_a = Fv_b, \qquad (K\pi = L\rho)v_a = Lv_d...$$

$$(S + G + L + ...)v_d = (R + J\rho + L\rho + ...)v_a,$$

$$(J\rho = H\mu)v_a = Hv_b, \qquad (L\rho = K\pi)v_a = Kv_c...$$

150. Мы предполагаем здесь, что покупки и перепродажи (A) в качестве посредника осуществляются так, что ни в чем не влияют на собственную цену этого товара. В действительности дело обстоит совсем по-иному. Каждое обменивающееся лицо имеет при себе запас денег с целью обмена, и в этих условиях использование такого товара, как деньги, оказывает на его стоимость влияние, которое мы изучим ниже. А пока мы видим, что существует полная аналогия между участием в обмене денег и участием счетного товара. Действительно, так же, как из двух уравнений

$$\frac{v_b}{v_a} = \mu, \qquad \frac{v_c}{v_a} = \pi$$

выводится

$$\frac{v_c}{v_b} = \frac{\pi}{\mu},$$

таким же образом из двух уравнений

$$(F\mu = G\pi)v_a = Gv_c, \qquad (G\pi = F\mu)v_a = Fv_b,$$

выводится

$$Gv_c = Fv_b.$$

Таким образом, так же, как мы приходим, если захотим, от косвенной цены к цене непосредственной, абстрагируясь от счетного товара, равным образом мы приходим, если будет желание, от обмена косвенного к обмену прямому, абстрагируясь от денег.

Урок 15

Кривые покупок и продаж; кривые цен товаров

Содержание: 151. Случай с несколькими товарами, приведенный к случаю с двумя товарами. Общее равновесие между (A), (C), (D)... Появление (B). Кривые частичного спроса на (A), (C), (D)... в (B). Кривые частичного спроса на (B) в (A), (C), (D)... Случай с держателем (A), (C), (D)... и (B). Кривые покупок и продаж. 152. Условие пропорционального сокращения. 153. Случай предложения (B), равного совокупному имеющемуся количеству. 154. Кривые цен. 155. Кривые покупок и продаж могут выводиться из уравнений обмена. 156. Одна текущая цена в общем случае.

151. Из нашего решения уравнений обмена (§§ 127, 128, 129, 130) следует, что принятие одного товара в качестве счетного приводит к упрощению определения текущих цен общего равновесия, сводя до некоторой степени случай обмена нескольких товаров к случаю обмена двух товаров друг на друга. Сейчас нам необходимо вернуться к этому весьма важному факту упрощения и подчеркнуть его с точки зрения чистой и прикладной теории и практики; это тем более важно, что, принимая гипотезу использования счетного товара, мы все более приближаемся к реальному ходу вещей.

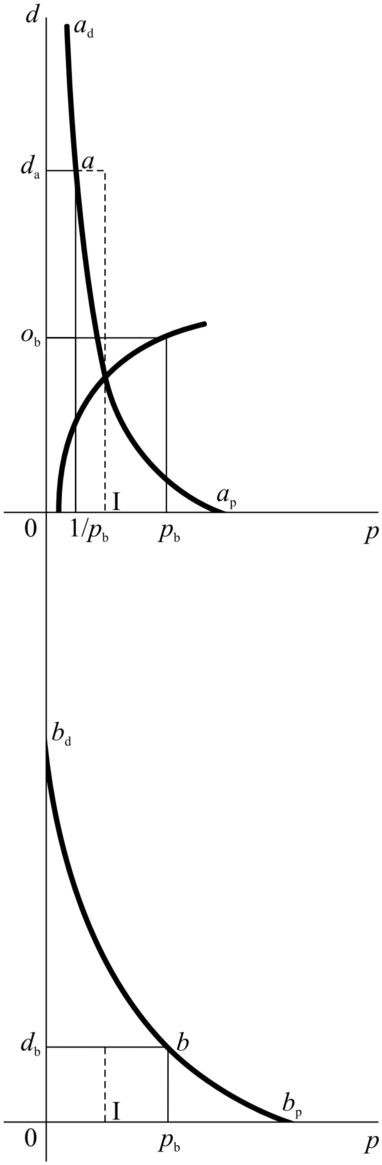
Итак, пусть (A) — счетный товар. Пусть, с одной стороны, даны действительно запрашиваемые количества, равные действительно предлагаемым количествам: P', Q', R', S', R', L'... товаров (A), (C), (D)..., обменивающихся или готовых к обмену между собой по определенным ценам общего равновесия $p_c = \pi$, $p_d = \rho$... (C), (D)... в (A). Пусть, с другой стороны, есть товар (B), появляющийся на рынке, чтобы быть обмененным на товары (A), (C), (D)...

Итак, возьмем из числа всех держателя (B). Если при цене p_b (B) в (A), соответствующей цене $1/p_b$ (A) в (B), данный держатель предлагает количество o_b (B), то в обмен он получит количество $d_a = o_b p_b$ (A); зная к тому же цены (C), (D)... в (A), он может решить с полным знания дела, как он распределит это количество (A) между (A), (C), (D)... Иными словами, зная определенные цены π, ρ... , он не знает только подлежащую определению цену p_b; но он может принимать относительно этой цены любые возможные гипотезы и для каждой из них выражать свои намерения к торгу либо с помощью кривой предложения (B) как функцию от p_b, либо с помощью кривой $a_d a_p$ спроса на (A) как функцию от $1/p_b$ (рис. 7).

Именно так вещи и происходят в действительности. Как только новый товар появляется на рынке, его держатели регулируют свое предложение по его цене, решая сразу, каким количеством они хотят пожертвовать и какое количество других товаров они хотят приобрести.

Пусть, с другой стороны, имеем одного держателя (A), (C), (D)..., взятого из всех прочих. Если при цене p_b (B) в (A) данный держатель предъяв-

Рис. 7



ляет спрос на d_b (B), то он должен будет отдать взамен количество (A), (C), (D)..., эквивалентное $o_a = d_b p_b$; а зная к тому же цены (C), (D)... в (A), он может с полным знанием дела решить, как составить это количество (A) из (A), (C), (D)... Иными словами, зная определенные цены pr..., он не знает лишь подлежащую определению цену p_b; но он может принимать относительно этой цены любые возможные гипотезы и — для каждой из них — выражать свои намерения к торгу с помощью кривой $b_d b_p$ спроса на (B) как функцию от p_b.

И в данном случае дело обстоит именно так в реальности. Как только новый товар появляется на рынке, держатели других товаров регулируют свой спрос на него по его цене, решая сразу, какое количество они хотят приобрести и каким количеством других товаров они хотят пожертвовать.

Мы не говорили о случае, когда одно обменивающееся лицо является одновременно держателем (B) и (A), (C), (D)... Но и этот случай предусматривается в теории обмена двух товаров друг на друга. Подобное лицо должно будет провести две кривые: одну кривую спроса на (A) или предложения (B) при определенных ценах и одну кривую спроса на (B) или предложения (A) по взаимосвязанным (обратным образом) ценам (§ 94). Эти две кривые прибавляются к предыдущим.

После того как кривые частичного спроса добавлены, получаются кривые совокупного спроса $A_d A_p$, $B_d B_p$ (рис. 8). Из кривой спроса на товар (A), $A_d A_p$, выводится кривая предложения (B), NP, которую к тому же можно получить прямо путем сложения кривых частичного предложения того же самого товара. Убывающая кривая $B_d B_p$, являющаяся кривой спроса на (B) в счетном товаре, может быть названа *кривой покупок*; а кривая NP, последовательно возрастающая от нуля и убывающая до нуля (в бесконечности), являющаяся кривой предложения (B) в обмен на счетный товар, может быть названа *кривой продаж*. Пересечение этих двух кривых в точке B определит цену $p_b = \mu$.

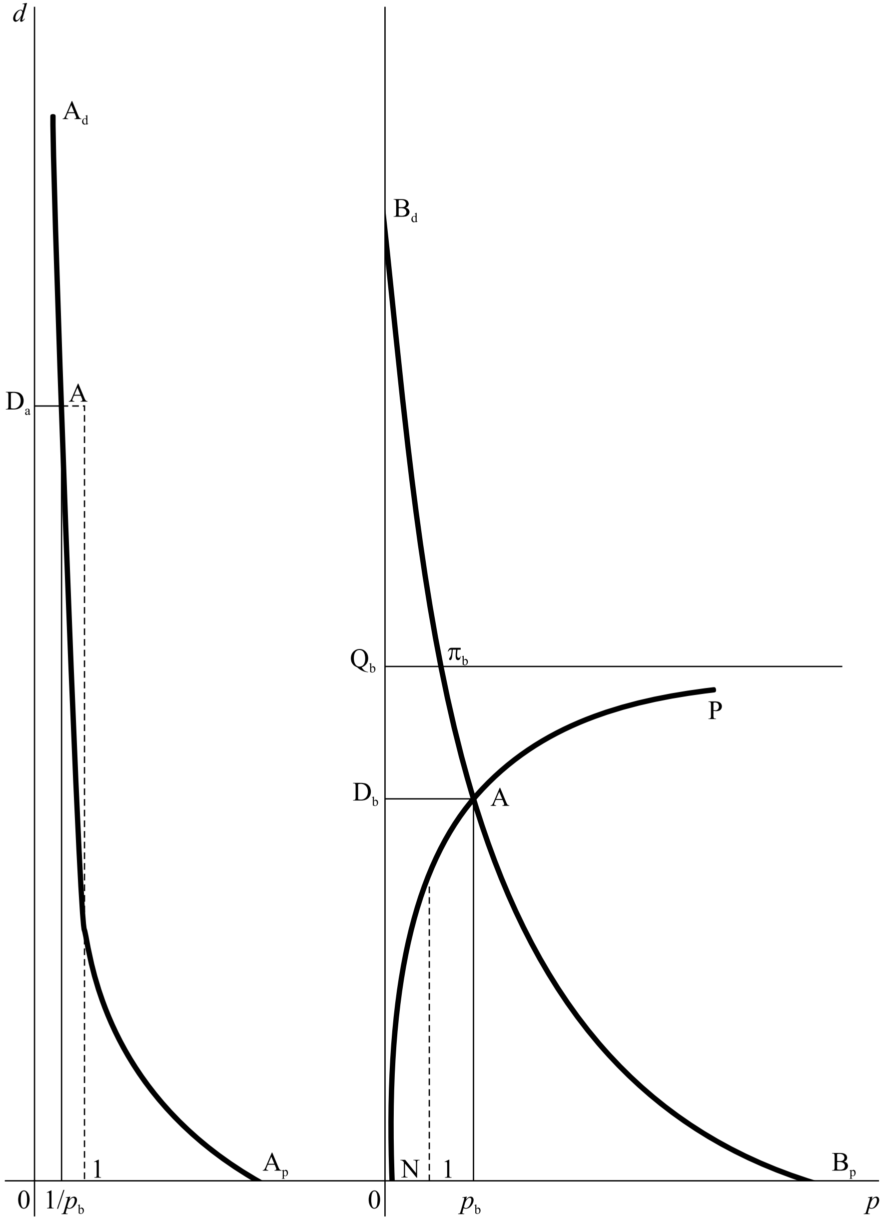
152. Но будет ли это определение окончательным? Здесь встает вопрос, которого не было при обмене двух товаров друг на друга. Поскольку до появления (B) на рынке имелось общее равновесие, то цены π, ρ и количества P', Q', R', S', K', L'..., подлежащие обмену по этим ценам, были у нас связаны уравнениями

$$P' = Q'\pi, \qquad R' = S'\rho, \qquad K'p = L'\rho \ldots$$

Чтобы равновесие сохранилось после появления (B), необходимо, чтобы цены m, p, r... и обмениваемые количества M, N, P, Q, R, S, F, G, H, J, K, L... (§ 148) были связаны не только уравнениями

$$M = N\mu, \qquad F\mu = G\pi, \qquad H\mu = J\rho \ldots$$

Рис. 8



которые у нас действительно есть в соответствии со способом определения μ, но также и отношениями

$$P = Q\pi, \qquad R = S\rho, \qquad K\rho = L\rho \ldots$$

Но из сопоставления последних с первыми легко выводится

$$\frac{P}{Q} = \frac{P'}{Q'}, \qquad \frac{R}{S} = \frac{R'}{S'}, \qquad \frac{K}{L} = \frac{K'}{L'} \ldots$$

Таким образом: — *Если на рынке, находящемся в состоянии общего равновесия, появляется новый товар и если цена этого товара определяется через равенство спроса на него в счетном товаре и его предложения в обмен на счетный товар, то — чтобы общее равновесие рынка не нарушалось и чтобы определившаяся цена была окончательной, — необходимо, чтобы взаимные объемы спроса и предложения по старым товарам до и после появления на рынке нового были пропорциональны.*

Это условие почти никогда не выполняется абсолютным образом — ни в случае появления нового товара, ни в случае удорожания одного из старых товаров. Как следствие этого, если спрос и предложение (B) по цене μ равны, то спрос и предложение (A), (C), (D)... по ценам π, ρ... станут неравными. Мы оказываемся снова в рамках общего случая, т.е. необходимо будет повышать цену товаров, спрос на которые стал больше предложения, и понижать цену товаров, чье предложение стало превышать спрос (§ 130). Таким путем мы придем к состоянию общего равновесия, при котором цена (B) будет немного отличной от μ.

Почти никогда не выполняется в полной мере не только упомянутое условие; можно даже предположить такой случай, когда товар (B) может играть роль и занимать место некоторого другого товара (C) или (D) и приводить к значительному падению цены последнего. Именно это мы видим каждый день. Однако, если исключить этот особый случай и предположить, что товар (B) является товаром sui generis*, или же рассматривать среди товаров, которые ранее были на рынке, только те, с которыми у товара (B) нет никакой особой конкуренции, то нетрудно признать, что если эти товары многочисленны и имеются в большом количестве, то цена μ, вытекающая из кривых продаж и покупок (B), построенных так, как описано выше, будет в существенной степени ценой окончательной. Действительно, в этом случае часть (A), (C), (D)..., отвлекаемая на создание предложения этих товаров в обмен на (B), будет позаимствована у каждого из многочисленных товаров по очень малой частице и еще более малой относительно количества каждого из них; следовательно, она не может заметно изменить исходные пропорции его обмена на все остальные товары.

* своеобразным, своего рода (прим. перев.)

153. В занимающей нас проблеме следует обратить внимание на особый случай, чрезвычайно простой и заслуживающий особого рассмотрения — это случай, когда все держатели нового появляющегося на рынке товара (будь они держателями только его одного или же и старых товаров тоже) предлагают по любой цене все количество этого нового товара, или совокупное имеющееся количество. Особая форма торга, происходящего в этом случае, — это продажа с аукциона, предполагая, однако, весь товар, предлагаемым сразу. Тогда текущая цена определяется математически пересечением в точке π_b кривой покупок B_dB_p с прямой $Q_b\pi_b$, параллельной оси цен, исходящей из точки Q_b и расположенной так, чтобы расстояние OQ_b было равно имеющемуся количеству (B). Именно эта параллель является в таком случае кривой продаж. Этот столь простой случай встречается в действительности очень часто в силу того, что обычно производители ставят на продажу все количество своей продукции или же оставляют у себя незначительную ее часть. При этих условиях кривая покупок приобретает замечательное свойство: она становится *кривой цены* как функции от всего имеющегося количества, поскольку она дает цену товара через свои абсциссы как функцию от всего имеющегося количества, представленного ординатами.

154. Вместо того чтобы предполагать исходное равновесие между товарами (A), (C), (D)... для последующего введения (B) и определения p_b, мы могли бы предположить его между товарами (A), (B), (D)..., вводя затем (C) и определяя p_c, или же между товарами (A), (B), (C)..., вводя (D) и определяя p_d, и т.д. Следовательно, каждый товар может рассматриваться как товар, имеющий свою кривую покупок, которая становится, кроме того, кривой цены, если допустить предложение равным всему имеющемуся количеству и если также, исходя из закона больших чисел, абстрагироваться от условия пропорциональности спроса и предложения до и после введения данного товара. Общим уравнением этой кривой, рассматриваемой как кривая покупок, будет $\mathrm{D} = \mathrm{F}(p)$; общим уравнением той же самой кривой, рассматриваемой как кривая цены, будет $Q = F(p)$, или

$$p = \Im(Q),$$

если предполагать его решенным относительно цены. Именно это уравнение формулирует априори Курно в «*Исследовании математических принципов теории богатства*» (1838), называя его уравнением *спроса* или *сбыта* (débit). Оно может широко использоваться.

155. Кривые продаж и покупок можно также связать с уравнениями обмена следующим образом.

Пусть (A) — счетный товар, и пусть, с одной стороны, даны товары

(A), (C), (D)..., обменивающиеся или готовые к обмену между собой по определенным ценам общего равновесия $pc = \pi$, $pd = \rho$... (C), (D)... в (A). И пусть, с другой стороны, дан товар (B), появляющийся на рынке для обмена на товары (A), (C), (D)...

Теоретически появление (B) потребовало бы снова установления системы уравнений обмена (§ 123) с введением новой неизвестной p_b и еще одного уравнения

$$F_b(p_b, p_c, p_d...) = 0$$

которое — если обозначить, как мы уже делали (§§ 127, 128), с помощью функции Δ_b сумму положительных y, или D_b, и с помощью функции Ω_b сумму отрицательных y, взятых с положительным знаком, или O_b, — можно представить в виде

$$\Delta_b(p_b, p_c, p_d...) = \Omega_b(p_b, p_c, p_d...).$$

Но если мы абстрагируемся от колебаний цен и объемов действительного спроса и предложения, которые уже определились, считая их константами, то левая часть данного уравнения

$$\Delta_b(p_b, \pi, \rho...),$$

является убывающей функцией одной переменной p_b, которую можно представить геометрически с помощью кривой покупок B_dB_p (рис. 8), а правая часть

$$\Omega_b(p_b, \pi, \rho...)$$

является последовательно возрастающей от нуля и убывающей до нуля (в бесконечности) функцией той же самой переменной p_b, которую можно представить с помощью кривой продаж NP. Пересечение двух кривых B_dB_p и NP в B определит, по меньшей мере приблизительно, цену $p_b = \mu$.

Таким же самым образом мы будем связывать кривые цен с уравнениями производства.

156. Прежде чем закончить, сделаем интересное замечание по рассмотренному вопросу. Когда товары на рынке имеются в большом числе, то кривая продаж каждого из них, даже если она и не сливается полностью или частично с прямой (параллелной оси абсцисс), представляющей все имеющееся количество, приближается, конечно, к ней по большинству цен, от самых низких до самых высоких; получается так, что в случае с обменом нескольких товаров между собой обычно не бывает нескольких возможных текущих равновесных цен, как это имеет место при обмене двух товаров друг на друга (§ 68).

Урок 16

Изложение и опровержение учений А. Смита и Ж.-Б. Сэя о происхождении меновой стоимости

Содержание: 157. Три основных решения проблемы происхождения меновой стоимости. 158. Учение А. Смита, или учение *о труде*. Оно ограничивается заявлением о том, что только труд имеет стоимость; оно совсем не объясняет, почему труд имеет стоимость и, следовательно, откуда обычно берется стоимость вещей. 159, 160. Учение Ж.-Б. Сэя, или учение *о полезности*. Полезность — необходимое, но не достаточное условие стоимости. 161. Учение *о редкости*. 162. Условие максимального удовлетворения Госсена: максимум полезности, к которому оно относится, не является условием свободной конкуренции. 163. Уравнения обмена Джевонса: они применимы лишь к случаю с двумя обменивающимися лицами. 164. *Grenznutzen* (предельные полезности).

157. В науке есть три основных решения проблемы происхождения стоимости. Первое — это решение А. Смита, Рикардо, Мак-Куллоха; это английское решение, оно связывает происхождение стоимости с *трудом*. Это решение слишком узко, и оно отказывает в стоимости вещам, которые ее действительно имеют. Второе — это решение Кондильяка и Ж.-Б. Сэя; это скорее французское решение, оно связывает происхождение стоимости с *полезностью*. Оно слишком широко и придает стоимость вещам, которые в действительности ее не имеют. Наконец, третье, являющееся верным, — это решение Бурламаки и моего отца О.-А. Вальраса, оно связывает происхождение стоимости с *редкостью*.

158. В «Богатстве народов» (книга 1, гл. V) А. Смит сформулировал свое учение следующим образом:

«Действительная цена всякого предмета, т.е. то, что каждый предмет действительно стоит тому, кто хочет приобрести его, есть труд и усилия, нужные для приобретения этого товара. Действительная стоимость всякого предмета для человека, который приобрел его и который хочет продать его или обменять на какой-либо другой предмет, состоит в труде и усилиях, от которых он может избавить себя и которые он может возложить на других людей. То, что покупается на деньги или приобретается в обмен на другие предметы, приобретается трудом в такой же мере, как и предметы, приобретаемые нашим трудом. В самом деле, эти деньги или эти товары сберегают нам этот труд. Они содержат стоимость известного количества труда, которое мы обмениваем на то, что, по нашему предположению, содержит в данное время стоимость такого же количества труда. Труд был первоначальной ценой, первоначальной покупной суммой, которая была уплачена за все предметы. Не на золото или серебро, а только на труд первоначально были приобретены все богатства мира; и стоимость их для тех, кто владеет ими и кто хочет обменять их на какие-либо новые продукты, в точности равна количеству труда, которое он может купить на них или получить в свое распоряжение»*.

Как правило, данная теория опровергалась плохо. Она состоит, главным образом, в утверждении, что все имеющие стоимость и обменивающиеся вещи состоят из труда в той или другой форме; что только труд составляет все общественное богатство. В ответ на это А. Смиту указывают на вещи, которые имеют стоимость и обмениваются, но не являются продуктом труда, на иные, нежели труд, вещи, которые входят в состав общественного богатства. Но данный ответ слаб философски. Тот факт, что только труд образует все общественное богатство или же что труд образует только одну его разновидность, не имеет здесь для нас значения. Как в том, так и в другом случае остается вопрос: почему труд имеет стоимость и обменивается? Вот вопрос, который нас занимает и который А. Смит не ставил и не решал. Но если труд имеет стоимость и обменивается, то это происходит потому, что он является одновременно полезным и количественно ограниченным, потому что он редок (§ 101). Стоимость, следовательно, идет от редкости, и все вещи, являющиеся редкими, независимо от того, есть среди них иные, нежели продукты труда, или нет, будут иметь стоимость и обмениваться, как и труд. Таким образом, теория, связывающая происхождение стоимости с трудом, является не столько теорией слишком узкой, сколько теорией совершенно пустой, не столько неточным утверждением, сколько утверждением, ничего не значащим.

Что касается второго решения, то вот как выразил его Ж.-Б. Сэй в гл. II своего «Катехизиса»:

«Почему полезность вещи приводит к тому, что эта вещь имеет стоимость?

Потому что полезность, которой она обладает, делает ее желанной и толкает людей на жертву ради владения ею. Люди ничего не отдают, чтобы иметь нечто ненужное, но отдают известное количество вещей, которыми обладают (например, известное количество монет), чтобы получить вещь, в которой нуждаются. Именно это и придает ей стоимость».

Здесь есть попытка доказательства, но, надо признать, довольно неудачная. «Полезность вещи делает ее желанной». Естественно. «Она толкает людей на жертву ради владения ею». Это зависит от обстоятельств: она толкает их на жертву, только если они не могут достать ее иным образом. «Люди ничего не отдают, чтобы иметь нечто ненужное». Без сомнения. «Но отдают известное количество вещей, которыми обладают, чтобы получить вещь, в которой нуждаются». При одном условии: при том, что не могут ее получить, ничего не отдав взамен. Таким образом, полезности недостаточно для создания стоимости: необходимо еще, что-

---

* Адам Смит. Исследование о природе и причинах богатства народов. Том I. М.-Л., 1931, стр. 36-37.

бы полезная вещь не имелась в неограниченном количестве, чтобы она была редкой. Это суждение подтверждается фактами. Воздух, которым мы дышим, ветер, надувающий паруса кораблей и вращающий мельницы, свет Солнца, освещающий нас, и его тепло, позволяющее вызревать хлебам и фруктам, вода и получаемый из нее при нагревании пар, многие другие силы природы полезны, даже необходимы. И однако у них нет стоимости. Почему? Потому, что они не ограничены количественно, потому что каждый из нас может получить их, если они есть в наличии, сколько угодно, ничего не давая взамен, не принося никакой жертвы.

Кондильяк и Ж.-Б. Сэй оба натолкнулись на это возражение. Каждый из них ответил на него по-разному. Кондильяк видит, что воздух, свет, вода — вещи очень полезные, и он пытается нас убедить, что в действительности они нам чего-то стоят. Чего же? Усилий, необходимых, чтобы «схватить» их. Для Кондильяка дыхание, открывание глаз, дабы ясно видеть, наклон, чтобы набрать воды из реки, — все эти действия представляют собой жертву, которой мы оплачиваем эти блага. Этот детский аргумент упоминался чаще, чем можно было бы подумать; от этого, впрочем, он не становится лучше. Действительно, очевидно, что если называть все эти действия экономической жертвой, то надо найти другое слово для собственности в собственном смысле слова, ибо, когда я иду за мясом к мяснику, за одеждой к портному, то я тоже делаю усилие или приношу жертву, чтобы «взять» эти предметы, но я делаю сверх того одно совсем особое усилие, состоящее в том, что я вынимаю из кармана определенную сумму денег в пользу торговца.

Ж.-Б. Сэй подошел к этому иначе. На его взгляд, воздух, которым мы дышим, солнечный свет, вода полезны и, следовательно, имеют стоимость. Они даже столь полезны, столь необходимы, столь обязательны, что имеют значительную, огромную, бесконечную стоимость. И вот почему мы имеем их даром. Мы не оплачиваем их, так как не смогли бы никогда заплатить за них их цену. Объяснение изобретательно; к сожалению, бывают случаи, когда воздух, свет, вода оплачиваются: например, когда они становятся редкими.

160. Мы смогли найти без особого труда два характерных пассажа у А. Смита и Ж.-Б. Сэя; но надо сказать, что на деле эти авторы лишь коснулись вопроса о происхождении меновой стоимости и что ни тот, ни другой не замыкались в рамках упомянутых нами ограниченных теорий. Несколькими строками ниже тех, что мы привели, Ж.-Б. Сэй добавляет «от» теории полезности к теории трудовой стоимости; а где-то, кажется, присоединяется к теории редкости. Что же касается А. Смита, то, к счастью, он противоречит сам себе, допуская наряду с трудом и землю как источник общественного богатства. Остается только один Бастиа, сделавший попытку систематизировать английскую теорию,

признавший ее следствия, противоречащие реальности фактов, и старавшийся заставить и других признать их.

161. Остается, наконец, теория редкости, прекрасно сформулированная Бурламаки в «Элементах естественного права», в гл. XI третьей части, следующим образом:

«Основаниями собственной и внутренней (intrinsique) цены являются прежде всего способность обслуживать потребности, удобства или удовольствия жизни, которой обладают вещи, одним словом, их *полезность*; и их *редкость*.

Я говорю прежде всего *их полезность*, под этим я подразумеваю не только их действительную полезность, но и полезность, которая является всего лишь произвольной или вымышленной, как у драгоценных камней; а отсюда обычно говорят, что вещь, никак не пригодная к применению, не имеет никакой цены.

Но одной только полезности, какой бы действительной она ни была, недостаточно, чтобы придать вещам цену, надо еще принять во внимание их *редкость*, т.е. трудность, которую встречаешь, чтобы получить эти вещи, и которая приводит к тому, что всякий человек не может свободно получить их сколько угодно.

Ибо далеко не всегда имеющаяся в вещи потребность решает вопрос о ее цене — обычно мы видим, что самые необходимые для человеческой жизни вещи — это вещи, которые дешевы, как вода для общего употребления.

Одной только редкости также недостаточно, чтобы придать вещам цену, необходимо, чтобы они были к тому же пригодны к какому-то применению.

Поскольку именно здесь подлинные основания цены вещей, то те же самые обстоятельства, комбинируемые по-разному, также повышают ее или понижают.

Если мода на вещь проходит или же люди мало обращают на нее внимания, то она становится дешевой, какой бы дорогой она ни была ранее. А если, напротив, общераспространенная вещь, стоящая мало или ничего, становится несколько редкой, то она сразу же начинает получать цену и порой даже весьма дорогую, как это случается, например, с водой в засушливых местах или же в определенные периоды, во время осады или мореплавания, и т.д.

Одним словом, все особые обстоятельства, содействующие повышению цены вещи, могут относится к редкости. Таковы сложность работы, ее тонкость, репутация работника.

К тому же соображению можно отнести то, что называют *ценой наклонности* или *привязанности*, когда кто-то оценивает имеющуюся у него вещь выше цены, которую за нее обычно дают, по какой-либо особой причине; например, если она помогла ему спастись от большой опасности, если она напоминает о каком-то знаменательном событии, если это знак почести и т. д.»

Такова теория редкости. В середине прошлого века аббат Женовези преподавал ее в Неаполе, а Н.-В. Сениор в Оксфорде до 1830 г. Но в политическую экономию ее по-настоящему ввел мой отец, изложив ее особым образом, развернув все необходимые моменты, в работе, озаглавленной «О природе богатства и происхождении стоимости» (1831)*. Трудно было извлечь большую пользу, чем сделал он в этой работе, из возможностей обычной логики и, чтобы идти дальше, необходимо было использовать, как я и сделал, приемы математического анализа.

162. Но я не единственный, кто использовал их с той же целью. Другие авторы сделали это до меня: вначале немец Герман Генрих Госсен в работе, опубликованной в 1854 г. под названием «*Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs, und der daraus flie?enden Regeln fьr menschliches Handeln*» (Развитие законов общественного обмена и вытекающих отсюда правил общественной торговли), затем англичанин Вильям-Стэнли Джевонс в работе под названием «*Theory of Political Economy*» (Теория политической экономии), первое издание которой появилось в 1871 г., а второе в 1879 г. Оба, Госсен и Джевонс, причем второй — не зная о работах первого, — представили убывающую кривую полезности или потребности; из нее они вывели математически: один — условие максимума полезности, другой — уравнения обмена.

Госсен изложил свое условие в следующих выражениях: *после обмена два товара должны будут распределиться между двумя обменивающимися лицами таким образом, чтобы последний полученный атом каждого товара имел такую же стоимость для одного и другого обменивающегося лица* (стр. 85). Чтобы перевести это положение в наши формулы, обозначим через (A) и (B) два товара и через (1) и (2) двух обменивающихся лиц. Пусть $r = \varphi_{a,1}(q)$, $r = \varphi_{b,1}(q)$ будут уравнениями кривых полезности (A) и (B) для лица (1), а $r = \varphi_{a,2}(q)$, $r = \varphi_{b,2}(q)$ — соответствующими уравнениями для лица (2). Пусть q_a будет количеством (A), имеющимся у лица (1), q_b количеством (B), имеющимся у лица (2), а d_a и d_b — количествами (A) и (B), подлежащими обмену. В этих условиях положение Госсена передается двумя уравнениями

$$\varphi_{a,1}(q_a - d_a) = \varphi_{a,2}(d_a),$$

$$\varphi_{b,1}(d_b) = \varphi_{b,2}(q_b - d_b),$$

которые определяют d_a и d_b для обменивающихся лиц (1) и (2). Однако вполне очевидно, что максимум полезности, полученный таким обра-

* См., в частности: гл. Ш, стр. 41; гл. XVI, стр. 234; гл. XVIII, стр. 279.

зом, является не относительным максимумом свободной конкуренции, совместимым с тем условием, что все обменивающиеся лица свободно отдадут и получат (взамен) количества обоих товаров в соответствии с общей и идентичной пропорцией, а абсолютным максимумом, который совсем не учитывает условие единственности цены и равенства действительных предложения и спроса по этой цене и который, таким образом, ликвидирует собственность*.

163. Что касается Джевонса, то он сформулировал свои уравнения обмена следующим образом: *Пропорция обмена двух товаров будет обратной отношению конечных степеней полезности количеств этих товаров, потребляемых после обмена* (второе издание, стр. 103). Если (A) и (B) — два товара, (1) и (2) — два обменивающихся лица, φ_1 и ψ_1 — буквенное обозначение функции полезности (A) и (B) для лица (1), φ_2 и ψ_2 — соответствующее обозначение для лица (2), a — количество товара (A), имеющееся у лица (1), b — количество товара (B), имеющееся у лица (2), x и y — количества (A) и (B), подлежащие обмену, то его формулировка, как он это сделал сам, передается двойным уравнением

$$\frac{\varphi_1(a-x)}{\psi_1 y}=\frac{y}{x}=\frac{\varphi_2 x}{\psi_2(b-y)}$$

которое в нашей системе обозначений примет вид

$$\frac{\varphi_{a,1}(q_a-d_a)}{\varphi_{b,1}(d_b)}=\frac{d_b}{d_a}=\frac{\varphi_{a,2}(d_a)}{\varphi_{b,2}(q_b-d_b)}$$

и будет служить для определения d_a и d_b. Данная формула отличается от наших в двух пунктах. Во-первых, *цены*, являющиеся обратно пропорциональными обмененным количествам товара, заменены *пропорциями обмена*, представляющими собой прямые отношения этих количеств и всегда дающимися двумя их членами d_a и d_b. Во-вторых, проблема считается решенной с рассмотрением случая с двумя обменивающимися лицами. Автор оставляет за собой только возможность рассматривать каждого из этих обменивающихся лиц (trading bodies) состоящим из группы индивидов, например, всех обитателей континента, всех промышленников одной и той же категории в данной стране (стр. 95). Но он сам признает, что, выдвигая подобную гипотезу, он оставляет почву реальности и переходит на почву фиктивных средних (fictitious means) (стр. 97). Что же касается нас, то, не желая покидать почву реальности,

* См. Etudes d’economie sociale. Théorie de la propriété, 4.

мы можем считать приемлемой формулу Джевонса только для ограниченного случая, где присутствуют лишь два индивида. Остается, следовательно, ввести общий случай, в котором присутствует некоторое число индивидов для обмена сначала двух товаров один на другой, затем некоторого числа товаров между собой. Именно это и помешал себе сделать Джевонс, оставшись в плену неудачной идеи взять в качестве неизвестных задачи обмененные количества вместо цен.

164. В то самое время, когда Джевонс впервые опубликовал свою «Теорию политической экономии» (1871-1872), профессор Венского университета Карл Менгер выпустил «Grundsätze der Volkswirtschaftslehre» (Основания политической экономии), являющуюся третьей работой, предшествующей моей, в которой основы новой теории обмена были заложены независимым и оригинальным образом. Как и мы, Карл Менгер строит теорию полезности, формулируя закон убывания потребности с ростом потребляемого количества для выведения из него теории обмена. Он следует дедуктивному методу, но отказывается признать, что следует математическому методу, хотя он пользуется если и не функциями или кривыми, то, по крайней мере, арифметическими таблицами для выражения либо полезности, либо потребности. Это обстоятельство запрещает мне критиковать его теорию в нескольких строках, как в отношении Госсена и Джевонса. Скажу только, что он и его последователи, как г.г. Визер и Бем-Баверк, как мне представляется, лишают себя ценного и даже необходимого ресурса, отказываясь прямо и откровенно использовать метод и язык математики в исследовании по преимуществу математического предмета. Однако я добавлю, что, применяя несовершенные метод и язык, они весьма близко подошли к решению задачи обмена. То, что очевидно, так это то, что им удалось, по меньшей мере, привлечь внимание экономистов к теории редкости, или, как они говорят, *Grenznutzen* (предельной полезности). Перед этой теорией открывается сегодня в науке самое блестящее будущее. Я выведу из нее: 1) теорию одновременного определения цен продуктов и цен земельных, личных и движимых доходов, 2) теорию определения нормы чистого дохода и затем цен земельных, личных и движимых капиталов, и 3) теорию определения цен в деньгах; все это абстрактные теории, но, взаимно поглощая друг друга, они приведут нас — путем методического синтеза — в самую гущу реальности*.

* Думаю, чтобы избежать всяких недоразумений, я должен повторить, что три последних номера этого урока были добавлены ко второму изданию книги, и если в первом издании 1874 г. я не цитировал упомянутые здесь работы, появившиеся раньше моей, то только потому, что совершенно не знал об их существовании.